

# 「脱税をともなう最適課税について — 脱税と租税の歪み —」

緒 方 隆

## 要 旨

本稿では、脱税を考慮に入れた最適課税について検討する。所得税と物品税とでは、脱税の難易度に差があるので、脱税率は異なると考えられる。最適課税の設計において、租税による歪みと脱税の程度というトレード・オフ関係を調整する条件は何であろうか。税務当局による監査は外生的で代表的家計を想定する。W. F. Richter and R. W. Boadway [5] が想定した2つの罰金制度をより一般化した罰金制度の下での最適な租税政策が検討される。

## キーワード

脱税、最適課税、租税の歪み、物品税、所得税

## 目 次

### 序

- I. モデルの設定
- II. 物品税と所得税の便益と費用
  - i) 物品税の便益と費用
  - ii) 所得税の便益と費用
- III. 物品税と所得税の比較
- 結 び

## 序

最適課税体系の設計において、脱税の存在は通常考慮されない。ところが、現実経済では脱税は行なわれている。そこで、脱税を考慮に入れた最適課税体系を設計すれば、より一般的な税体系となる。本稿では、脱税を考慮に入れた最適課税体系の構築を試みる。

租税の種類が異なれば脱税率が異なることはあり得る。脱税の程度が異なれば、課税の税率も異なるべきである。脱税は経済に非効率をもたらすが、課税の税率が異なることによる税体系の歪みも、同様に経済に非効率をもたらす。例えば、課税ベースが広いと考えられる所得税は、課税の税体系に与える歪みは小さいが、脱税が容易であれば、脱税のもたらす経済の非効率は大きくなる。逆に課税ベースが狭い物品税は、脱税は困難と考えられるが、課税の与える税体系への歪みは大きく、経済にも非効率をもたらす。

脱税が存在するときの最適課税体系に関する文献として、異なる租税の組合せの選択に脱税の存在を考慮に入れる、M. G. Allingham and A. Sandmo [1]、R. Boadway, M. Marchand, and P. Pestieau [3]、H. Cremer and F. Gahvari [4] 等がある。

M. G. Allingham and A. Sandmo [1] は、脱税の問題を明示的に最適課税体系の設計に取り入れた。納税者の税申告の決定は不確実性の下での決定である。なぜなら、たとえ所得額を税務当局に正直に申告しなかったとしても、必ず罰金を課せられるわけではないからである。納税者には正直に実際の所得を申告するか、実際の所得以下にしか申告しないかの2つの戦略がある。もし、納税者が申告しないという戦略を選択すれば、納税者の利得は税務当局が調査するか否かに依存する。納税者の利得は、調査がなければ、脱税の結果として多くなるが、調査があれば少なくなる。分析は静学分析から、一連の税申告の決定を含む動学分析、さらに最適課税体系の設計に及んでいる。

R. Boadway, M. Marchand, and P. Pestieau [3] は、租税として商品税

と所得税が存在するときに、所得税のみが脱税可能と仮定して、商品税と所得税の最適な組合せを検討した。すなわち、直接税に比べて課税ベースの広い間接税は脱税が困難であるとして、直接税である所得税のみが脱税可能で、間接税である商品税は脱税が不可能であると仮定する。脱税の誘因は、所得税の限界税率に依存するものとされる。

H. Cremer and F. Gahvari [4] は脱税を内生的労働供給を伴う最適一般所得税の問題に導入した。経済は、高賃金と低賃金の2つの型の個人から構成される。各人の能力(型)と労働供給(行動)は観察不可能であり、監査がなされたとしても、なお各個人の情報であり続ける。2つの変数(型と行動)の積である所得は、監査のための費用が必要であるが、監査によって発見可能である。したがって、真実を知るためには、誘因が必要である。この情報構造を所与として、最適顕示メカニズムを導出し、最適監査と租税構造の性質を検討した。

最適課税の設計において、租税の歪みの減少と脱税の減少とはトレード・オフの関係にある。それでは、どんな条件により、この2つは両立するのだろうか。前述の3つの論文とは異なり、W. F. Richter and R. W. Boadway [5] は、簡単化のために、当局による監査は外生的であるとする。家計については、代表的家計が想定される。これは、目的が効率的な課税の設計であり、公正の視点は考慮されないからである。罰金制度は、2つあり、ともに外生的で所与である。非申告の所得額に比例して罰金が課されるAllingham-Sandmoの罰金制度と、脱税額に比例して罰金が課されるYitzhakiの罰金制度が取り上げられる。罰金制度の選択は最適な租税政策に重大な影響を与える。本稿では、さらに、Allingham-Sandmoの罰金制度とYitzhakiの罰金制度を一般化した罰金制度が最適な租税政策に与える効果が検討される。

第1節はモデルの設定である。第2節は物品税と所得税の便益と費用について論じ、第3節では物品税と所得税の比較を行なう。

## I. モデルの設定

経済には同型 (identical) の家計が存在する。このことにより、再分配の問題は除外され、分析は経済の効率性に焦点が当てられる。代表的家計は労働  $L$  を供給して所得を得て、これを複合標準財 (composite numeraire goods)  $c$  と特定財  $X$  から成る消費財に支出する。複合標準財については、課税は不可能で、特定財のみが課税可能であると仮定される。複合標準財の生産者価格は 1 に固定され特定財  $X$  の生産者価格は  $p$  に固定されているものとする。複合標準財  $c$  は非課税であるが、特定財  $X$  の生産者価格  $p$  には物品税が税率  $a$  で課される。

労働所得に関して賃金率は 1 に固定されており、労働所得は所得税が税率  $t$  で課税されるものとする。一括定額税は考慮しない。特定財  $X$  への課税は、代表的家計にとって脱税不可能であるが、労働所得への課税は脱税が可能であるとする。脱税が可能である労働所得に関して、代表的家計によって当局に申告されない労働所得の全労働所得に対する比率を  $q$  ( $0 \leq q \leq 1$ ) とする。この申告されない労働所得は、例えば、現行の賃金率の下で闇経済の中で獲得されたものである。したがって、申告された所得の全労働所得に対する比率は、 $1 - q$  であるから、代表的家計の労働の供給量が  $L$  であるとき、当局に申告された所得は  $(1 - q)L$  となる。

脱税が発覚する確率は外生的に与えられると仮定する。当局に発覚する確率は  $\delta$  である。発覚したときの罰金は、後述するように、Allingham-Sandmo 方式の下では、当局に申告されない労働所得  $qL$  に比例し、Yitzhaki の方式では、当局に申告されない労働所得への本来の課税額  $tqL$  に比例する。さらに、後述するように、罰金に関する 2 つの方式を一般化した罰金率  $g$  は所得税の税率  $t$  に依存して、 $g = g(t)$  で与えられるものと仮定される。

労働所得に関する所得税の税率  $t$  と当局に申告されない労働所得の比率  $q$  が与えられたとき、確率的な純賃金率を  $\tilde{W} = \tilde{W}(t, q)$  とする<sup>注1)</sup>。このとき、代

表的家計の労働供給が  $L$  であれば、代表的家計の可処分所得は  $\tilde{W}(t, q)L$  となる。

脱税に関する具体的な罰金制度を導入して、確率的な純賃金率を求めてみよう。確率的な純賃金率  $\tilde{W} = \tilde{W}(t, q)$  は、Allingham-Sandmoの罰金方式の下では、

$$\tilde{W}(t, q) = 1 - t(1 - q) + \begin{cases} -qf, & \text{確率} = \delta \\ 0, & \text{確率} = 1 - \delta \end{cases} \quad (1-1)$$

となり、Yitzhakiの罰金方式の下では、

$$\tilde{W}(t, q) = 1 - t(1 - q) + \begin{cases} -qtf, & \text{確率} = \delta \\ 0, & \text{確率} = 1 - \delta \end{cases} \quad (1-2)$$

となる。

代表的家計の労働所得において、当局に脱税が発覚しなければ（確率  $= 1 - \delta$ ）、純賃金率は、賃金率から当局に申告された労働所得への税金（ $= t(1 - q)$ ）を差し引いた残差である。当局に脱税が発覚した場合（確率  $= \delta$ ）には、純賃金率は、賃金率から当局に申告された所得への税金に加えて、さらに非申告の所得に対する罰金をも差し引かねばならない。

代表的家計の予算制約式と効用関数、さらに代表的家計の効用最大化行動についてみてみよう。代表的家計の可処分所得  $\tilde{W}(t, q)L$  を所与とするとき、代表的家計の予算制約式は、

$$\tilde{c} + P\tilde{X} = \tilde{W}(t, q)L \quad (1-3)$$

となる。ここで、 $P$  は特定財  $X$  の消費者価格であり、特定財  $X$  の生産者価格を  $p$ 、特定財  $X$  の生産者価格を  $p$ 、特定財  $X$  の物品税の税率を  $a$  とするとき、 $P = p + a$  となる。賃金率は確率的であるので、複合標準財  $c$  と特定財  $X$  の消費量も同様に確率的となり、消費量は、それぞれ  $\tilde{c}$ 、 $\tilde{X}$  で表される。

代表的家計の効用関数については、以後の分析を簡単にするために、労働供給  $L$  に関して、効用関数は加法分離可能であるとする。

また、複合標準財  $c$  と特定財  $X$  に関して、効用関数は相似拡大的であると仮定する<sup>注2)</sup>。

代表的家計は、複合標準財  $c$  と特定財  $X$  の消費から得られる期待効用と労働供給  $L$  から得られる期待不効用の差を最大化するように行動する。代表的家計の効用関数は、

$$U(\Phi(c, X)) - D(L) \quad (1-4)$$

である。

ここで、関数  $\Phi(c, X)$  は、複合標準財  $c$  と特定財  $X$  に関する 1 次同次の関数で、代表的家計の 2 つの財の実質消費の指数を示す。関数  $U(\cdot)$  は、von Neumann-Morgenstern 型の効用関数であり、単調増加、強凹の性質を持つ<sup>注3)</sup>。関数  $D(L)$  は労働供給  $L$  に関する不効用関数であり、単調増加、強凸の性質を持つ<sup>注4)</sup>。複合標準財  $c$ 、特定財  $X$  に関して、代表的家計の効用が相似拡大的であることから、家計の消費の最適比率  $c/X$  は、2 財に関する相対的な消費者価格  $P$  にのみ依存し、代表的家計の所得水準には依存しないことになる。

次に、政府の経済行動について述べよう。政府は自らの経済活動に必要な資金を課税によって調達する。政府の収入は、3 つの源泉、すなわち、所得税、物品税と罰金から構成される。

我々の想定する経済では、それぞれの経済主体の意思決定が、順次になされるものとする。第 1 段階として、政府は、代表的家計の期待効用を所与として、政府の期待収入を最大化するように、所得税の税率  $t$  と物品税の税率  $a$  の組合せ  $\{t, a\}$  を選択する。第 2 段階として、代表的家計は所得税の税率  $t$  と物品税の税率  $a$  の組合せ  $\{t, a\}$  を所与として、代表的家計の期待効用  $E[U(\cdot)] - D(L)$  を最大化するように、所得税に関する非申告の比率（脱税率） $q$  と労働供給  $L$  を選択する<sup>注5)</sup>。第 3 段階として、代表的家計の脱税の発覚の有無が確定すれば、代表的家計の純所得  $WL$  が確定する。代表的家計は確定した予算制約式  $c + PX = WL$  の下で、実質消費の指数  $\Phi(c, X)$  を最大化するように、複合標準財  $c$  と特定財  $X$  の組合せを選択する。

さて、代表的家計の行動について、さらに説明しよう。上に説明した順序と逆に、まず第 3 段階の家計の行動（代表的家計による予算の配分）を検討し、

次に第2段階の家計の行動（代表的家計による労働供給と所得税の非申告脱税）に戻る。

第3段階では、既に脱税の発覚の有無が確定しているので、純賃金率  $W$  は確定している。第2段階で与えられた純所得  $WL$  を所与とすると、代表的家計の予算配分問題は、予算制約式（1-3）を用いて、

$$\max_X \Phi(WL - PX, X) \quad (1-5)$$

となる。

代表的家計の実質消費の指数  $\Phi$  を最大化するための、特定財  $X$  と複合標準財  $c$  に関する1階の条件式を求めると、

$$\Phi_X = P\Phi_c \quad (1-6)$$

となる。ただし、ここで  $\Phi_X \equiv \partial\Phi/\partial X$ ,  $\Phi_c \equiv \partial\Phi/\partial c$  は、それぞれ、実質消費の指数  $\Phi$  を特定財  $X$  と複合標準財  $c$  に関して微分したものである。

代表的家計の実質消費の指数についての関数  $\Phi = \Phi(c, X)$  は、仮定により相似拡大的な性質をもつ関数であるので、

$$\frac{\Phi_X}{\Phi_c} = H(c) \quad (1-7)$$

となる。ここで、右辺の  $c$  は、複合標準財  $c$  と特定の消費財  $X$  に関する、代表的家計の消費の比率 ( $c/X$ ) である。この式から、複合標準財  $c$  と特定の消費財  $X$  に関する、代表的家計の限界代替率は、財  $c$  と財  $X$  の消費の比率のみに依存し、代表的家計の可処分所得の水準に無関係であることがわかる。

(1-7) 式を用いて (1-6) 式を書き直すと、

$$c = H^{-1}(P) \equiv h(P) \quad (1-18)$$

となる。

代表的家計の実質消費の指数についての関数  $\Phi = \Phi(c, X)$  は、仮定により1次同次の関数であるので、(1-18) 式の微分は、オイラーの定理を用いて、

$$\frac{dc}{dP} = h'(P) = -\frac{\Phi_c^2}{\Phi \Phi_{cc}} \bigg|_{c=h(P)} > 0 \quad (1-19)$$

とすることができる<sup>注6)</sup>。

さらに、関数  $\Phi = \Phi(c, X)$  の1次同次性から、複合標準財  $c$  に関する微分は、  
 $\Phi_c(c, X) = \Phi_c(c, 1) = \Phi_c(h(P), 1) \equiv \phi(P)$  (1-20)

となる。

関数  $\phi(P)$  を生産者価格  $p$  で微分すると、

$$\phi'(P) = \Phi_{cc} h' = -\frac{\Phi_c^2}{\Phi} \quad (1-21)$$

となるので、

$$\frac{\phi(P)}{\phi'(P)} = -\frac{\Phi}{\Phi_c} = -\frac{\Phi_X}{\Phi_c} c = -(P + h(P)) \quad (1-22)$$

が成立する。

複合標準財  $c$  と特定財  $X$  の組合  $\{c, X\}$  が、代表的家計の最適選択であるとき、(1-20) 式と (1-6) 式と家計の予算制約式 (1-3) を用いれば、

$$\Phi(c, X) = c\Phi_c + X\Phi_X = \Phi_c(c + P_X) = \phi(P) WL \quad (1-23)$$

となる。

故に、(1-23) の右辺の  $\phi(P) WL$  は、代表的家計の実質消費の指数  $\Phi(c, X)$  の最大値関数であることがわかる。

次に、第2段階の代表的家計の労働供給と所得税の非申告（脱税）の問題に戻る。第2段階では、まだ、脱税の発覚の有無が明らかではないので、代表的家計の可処分所得  $\tilde{WL}$  は確率的である。

第3段階で得られた結論を用いると、代表的家計の期待効用最大化問題は、

$$\max_{L, q} \{E[U(\phi(P) \tilde{W}(t, q) L)] - DL\} \quad (1-24)$$

となる。

代表的家計の労働供給  $L$  と所得税の非申告（脱税）の比率  $q$  に関する期待効用最大化のための1段の条件式を求めると、

$$E[U(\phi \tilde{WL}) \tilde{W}_q] = 0 \quad (1-25)$$



$$\phi E[U'(\Phi \tilde{W}L) \tilde{W}] = D'(L) \quad (1-26)$$

となる。ただし、 $\tilde{W}_q \equiv \partial \tilde{W} / \partial q$ 、すなわち、期待賃金率  $\tilde{W}$  を所得税の非申告の比率（脱税率） $q$  に関して微分したものである。

(1-25) 式と (1-26) 式から代表的家計に関する労働供給関数  $L=L(t, a)$  と脱税関数  $q=q(t, a)$  が決定される。

ここで、代表的家計の効用関数に関して、次の2つの仮定を設ける。1つは、絶対的危険回避の通減 (decreasing absolute risk aversion) の仮定である。これは、関数  $-U''/U'$  が減少関数となることを意味する。もう1つは、相対的危険回避の通増 (increasing relative risk aversion) の仮定である。これは、関数  $-\phi(P)WL U''/U'$  が増加関数となることを意味する。

上の2つの仮定から、次の2つの式が導かれる。すなわち、

$$E[U''(\cdot) \tilde{W}_q] \geq 0, \quad (1-27)$$

$$E[U''(\cdot) \tilde{W} \tilde{W}_q] \leq 0 \quad (1-28)$$

である。(1-27) 式は絶対的危険回避の通減の仮定から導出され、(1-28) 式は相対的危険回避の通増の仮定から導出される<sup>注7)</sup>。

以下では、所得の非申告の比率、すなわち脱税の比率  $q$  に関して、内点解の存在 ( $q \in (0, 1)$ ) が仮定される。非申告の比率  $q$  がゼロのときに評価された脱税からの限界収益が正であるとき、また、そのときにのみ、非申告の比率  $q$  は正である。すなわち、

$$q > 0 \Leftrightarrow E[\tilde{W}_q] |_{q=0} > 0 \quad (1-29)$$

となる。

もし、このとき、脱税からの限界収益が非正、つまり負か、またはゼロであるならば、代表的家計の非申告の比率  $q$  はゼロとなる。すなわち、代表的家計は、全ての所得を正直に申告することになる<sup>注8)</sup>。脱税に関するAllingham-Sandmo罰金制度の下では、 $t > \delta f$  のとき、Yitzhaki罰金制度に関しては、脱税からの限界収益は、代表的家計の非申告の比率  $q$  に関して、ともに、一定である<sup>注9)</sup>。

脱税からの限界収益が正であるのは、Allingham-Sandmo罰金制度の下では、 $t > \delta f$  のとき、Yitzhaki罰金制度 ( $t > 0$  と仮定) の下では  $1 > \delta f$  のとき、また、そのときのみである。すなわち、

$$\begin{cases} \text{Allingham-Sandmo罰金制度のとき、} t > \delta f \\ \text{Yitzhaki罰金制度} (t > 0 \text{ と仮定) \text{ のとき、} 1 > \delta f \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} \Updownarrow \\ E[\tilde{W}_q] > 0 \end{array}$$

となる。

次に、政府の経済行動について述べる。第1段階で政府は、式 (1-24)、(1-25)、(1-26)、 $\phi(P)$  で表わされる家計の行動を予見する。政府の収入は、第2段階での代表的家計の労働供給と非申告の比率の組  $\{L(t, a), q(t, a)\}$  の選択と第3段階での代表的家計の特定財の購入量  $\tilde{X}(t, a)$  に依存する。

代表的家計の予算制約式  $\tilde{W}L = \tilde{c} + P\tilde{X} = (c + P)\tilde{X} = (h(P) + P)\tilde{X}$  の下で、政府にとって課税可能な代表的家計の特定財の消費量は、

$$\tilde{X} = \frac{\tilde{W}(t, q) L}{P + h(P)} \quad (1-30)$$

である。ただし、消費者価格  $P = p + a$ 、代表的家計の労働供給  $L = L(t, a)$ 、非申告の比率  $q = q(t, a)$  である。

政府は、代表的家計の期待効用を一定水準に保ち、労働供給と非申告の比率に関する、代表的家計の最適な選択  $\{L(t, a), q(t, a)\}$  を所与として、代表的家計の期待収入を最大化するように行動する。政府の収入は、所得税  $t$  と物品税  $a$  と罰金  $f$  から構成される。期待所得税と罰金収入の合計は、定義により、総賃金所得から期待純所得を差し引いた値に等しい。物品税からの期待収入は  $aE[\tilde{X}] = aE[\tilde{W}(t, q)] L / (P + h(P))$  となる。

したがって、政府の最大化問題は、

$$V(t, a) \equiv E[U(\phi(P+a) \tilde{W}(t, q) L)] - D(L) \geq v \quad (1-31)$$

の条件の下で、

$$\max_{t, a} \left[ 1 - \frac{p+h}{p+a+p} \frac{(p+a)}{(p+a)} E [\tilde{W}(t, q)] \right] L \quad (1-32)$$

となる。ただし、 $V$ は代表的家計の期待効用の一定水準である。

(1-32)の解は、所得税と物品税に関する、政府の最適租税政策  $\{t, a\}$  である。

## II. 物品税と所得税の便益と費用

### i) 物品税の便益と費用

物品税の便益について述べよう。もし、物品税の増加により、代表的家計の危険プレミアムが減少するならば、減少を物品税の増加によって、もたらされる代表的家計の便益とみなすことができる。所与の労働供給の下での代表的家計の危険プレミアム  $\Pi = \Pi(t, a)$  は、

$$U(\phi(P)LE)[\tilde{W}(t, q)] - \Pi = E[U(\Phi(P)\tilde{W}(t, q)L)] \quad (2-1)$$

で表わされる。

物品税の税率  $a$  の増加による、代表的家計の危険プレミアム  $\Pi = \Pi(t, a)$  への効果をみるために、物品税の税率  $a$  に関して、(2-1)式を微分すると、

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\Pi}{da} \right|_{V=\text{一定}} &= \left. \frac{d}{da} (\phi LE [\tilde{W}]) \right|_{V=\text{一定}} \\ &= \phi' LE [\tilde{W}] + \phi L \frac{d}{da} (E [\tilde{W}(t, q)]) \Big|_{V=\text{一定}} \end{aligned} \quad (2-2)$$

が得られる。

右辺の第1項の符号は負であるが、第2項の符号は脱税についての罰金制度に依存する<sup>注10)</sup>。もし、右辺が全体として負の値をとれば、 $d\Pi/da \Big|_{V=\text{一定}} < 0$  があるので、物品税の税率  $a$  の増加は危険プレミアム  $\Pi$  の減少をもたらすことになる。したがって、この場合、物品税の税率  $a > 0$ 、すなわち、代表的家計に

物品税を課するのが最適ということになる。

次に、物品税の費用について述べる。物品税の費用とは、物品税を課することによる租税の歪み、限界効率への効果である。複合標準財  $c$  と特定財  $X$  に関する、代表的家計の補償需要関数  $c=c(P, u)$ ,  $X=X(P, u)$  は、前述の式、

$$\begin{cases} \Phi(c, X) = u \\ \frac{\Phi_X(c, X)}{\Phi_c(c, X)} = P \end{cases} \quad (2-3)$$

から得られる。ただし、 $u$  は代表的家計の実質消費に関する所与の指数値である。

代表的家計の実質消費の指数に関する関数  $\Phi = \Phi(c, X)$  は、仮定により 1 次同次であることから、代表的家計の特定財  $X$  に関する補償需要は、

$$X\Phi_c(c, X) = \Phi(c, X) = u \quad (2-4)$$

となるので、

$$X(P, u) = \frac{u}{\Phi(h(P), 1)} \quad (2-5)$$

が成立する。ただし、複合標準財  $c$  と特定財  $X$  に関する消費の比率  $c (=c/X)$  は、定義により  $c=h(P)$  である。

特定財  $X$  に関する効果を求めると、

$$\frac{\partial X(P, u)}{\partial P} = -\frac{uh'\Phi_c}{\Phi^2} = -\frac{Xh'\Phi_c}{\Phi} \quad (2-6)$$

となる<sup>注11)</sup>。

ただし、上式が得られるのは、代表的家計による脱税が当局に発覚して、代表的家計の可処分所得が決定した後である。

物品税の税率  $\alpha$  の増加による、租税の歪み、限界効率への効果をみると、

$$\alpha \frac{d}{d\alpha} X(p+\alpha, \phi LE[\tilde{W}(t, q)]) \Big|_{V=\text{一定}}$$

$$\begin{aligned}
&= a \frac{\partial X(P, \bar{u})}{\partial P} + a \frac{\partial X(P, \bar{u})}{\partial \bar{u}} \frac{d}{da} (\phi LE [\tilde{W}(t, q)]) \Big|_{V=-一定} \\
&= a \frac{\partial X(P, \bar{u})}{\partial P} + \frac{a}{\Phi} \frac{d\Pi}{da} \Big|_{V=-一定}
\end{aligned} \tag{2-7}$$

となる<sup>注12)</sup>。ただし、 $\bar{u} = \phi LE [\tilde{W}]$  は所与の値である。

上式から、次の命題が得られる。

命題1

所得税の税率と物品税の税率の組合せ  $\{t, a\}$  の最適選択の必要条件は、

$$a \frac{dX}{da} \Big|_{V=-一定} = \frac{1}{\Phi} \frac{d\Pi}{da} \Big|_{V=-一定} \tag{2-8}$$

である<sup>注13)</sup>。

命題1 から、次の系が得られる。

系、もし、 $\frac{d\Pi}{da} \Big|_{V=-一定} < 0$  ならば、 $a > 0$  とするのは最適である<sup>注14)</sup>。

この系は、物品税の税率  $a$  が増加するとき、代表的家計の危険プレミアムが減少するならば、物品税の税率を正とするのが望ましいことを意味する。すなわち、政府は代表的家計に物品税を課するのが最適であることを意味する。

## ii) 所得税の便益と費用

所得税のもたらす便益について述べよう。所得税の税率  $t$  の増加がもたらす便益を、所得税の税率  $t$  の増加による、代表的家計の危険プレミアムの減少と政府の税収の増加の合計と定義する。

所得税の税率  $t$  の増加がもたらす、代表的家計の危険プレミアム  $\Pi = \Pi(t, a)$  への効果をみてみよう。危険プレミアムの定義式  $\Pi = \Pi(t, a)$  を所得税  $t$  に関して微分すると、

$$\frac{d\Pi}{dt} \Big|_{V=-一定} = \frac{d}{da} (\phi LE [\tilde{W}]) \Big|_{V=-一定}$$

$$= \phi' LE [\tilde{W}] + \phi L \frac{d}{dt} (E [\tilde{W} (t, q)]) \Big|_{V=\text{一定}} \quad (2-9)$$

となる。(2-9)式の右辺の符号は、脱税についての罰金制度に依存する。

所得税の税率  $t$  の増加がもたらす、所得税による政府の税収  $tLE [\tilde{W}]$  への効果をみるために、所得税による政府の税収  $tLE [\tilde{W}]$  を所得税の税率  $t$  に関して微分すると、

$$\frac{d (tLE [\tilde{W}])}{dt} \Big|_{V=\text{一定}} = LE [\tilde{W}] + tL \left\{ \frac{\partial E [\tilde{W}]}{\partial t} + \frac{\partial E [\tilde{W}]}{\partial q} \frac{dq}{dt} \Big|_{V=\text{一定}} \right\}$$

となる。

次に、所得税のもたらす費用をみてみよう。物品税の場合、物品税の税率  $a$  の増加により、租税の歪みが増加する。ところが所得税の場合には、前述のように相似拡大的な効用関数が仮定されているので、所得税の税率  $t$  の増加による租税の歪みの増加は存在しない。もう1つ、代表的家計にとっての所得税の費用と考えられるのは、脱税の発覚の結果としての罰金の増加である。ところが、罰金の増加は、代表的家計にとっての所得税の費用であっても、他方で政府の収入でもあり、これは、所得税の便益とも考えられるので、ともに相殺される。

### Ⅲ. 物品税と所得税の比較

ここでは、脱税に関しての具体的な罰金制度の下で、物品税と所得税のもたらす便益と費用を比較、検討する。

脱税に関する罰金制度としてのAllingham-Sandmoの方式の下では、前述のように、確率的な純賃金率  $\tilde{W} = \tilde{W} (t, q)$  は、

$$\tilde{W} (t, q) = 1 - t(1-q) + \begin{cases} -qf, & \text{確率} = \delta \\ 0, & \text{確率} = 1 - \delta \end{cases} \quad (1-1)$$

となる。

(1-31) 式を微分して (1-25) 式を用いて整理すれば、

$$\left. \frac{dt}{da} \right|_{V=\text{一定}} = -\frac{\partial V / \partial q}{\partial V / \partial t} = -\frac{\phi' E[U'(\cdot) \tilde{W}]}{\phi E[U'(\cdot) \tilde{W}_t]} = -\frac{\phi' (1-t)}{\phi (1-t)} < 0 \quad (3-1)$$

が得られる。

(3-1) 式は、代表的家計の効用水準が一定のときの、物品税の税率  $a$  と所得税の税率  $t$  の限界代替率を示している。右辺が負であるので、限界代替率は負である。すなわち、物品税の税率と所得税の税率は互いに代替的である。

(3-1) 式を用いて、 $dq/da|_{V=\text{一定}}$  を計算すると、

$$\begin{aligned} \left. \frac{dq}{da} \right|_{V=\text{一定}} &= \frac{\partial q}{\partial a} + \frac{\partial q}{\partial t} \left. \frac{dt}{da} \right|_{V=\text{一定}} \\ &= -\frac{\phi'}{\phi} q - \frac{\phi'}{\phi^2 L} \frac{(1-t)}{(1-q)} \frac{E[U']}{E[U''(\cdot) \tilde{W}_q^2]} \end{aligned} \quad (3-2)$$

となる。

(3-2) 式は、代表的家計の効用水準が一定のとき、物品税の税率  $a$  の増加がもたらす、代表的家計の非申告の比率、すなわち脱税の比率  $q$  への効果を示している。

(3-2) 式から、物品税の税率  $a$  の増加が危険プレミアム  $\Pi$  に与える効果は、

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\Pi}{da} \right|_{V=\text{一定}} &= \frac{d}{da} (\phi L E[\tilde{W}(t, g)]) \Big|_{V=\text{一定}} \\ &= \frac{d}{da} (\phi L [1-t+g(t-\delta f)]) \Big|_{V=\text{一定}} \\ &= \phi' L [1-t+q(1-\delta f)] - \phi L (1-q) \left. \frac{dt}{da} \right|_{V=\text{一定}} \\ &\quad + \phi L (t-\delta f) \left. \frac{dq}{da} \right|_{V=\text{一定}} \\ &= - (t-\delta f) \frac{\phi'}{\phi} \frac{(1-t)}{(1-q)} \frac{E[U']}{E[U''(\cdot) \tilde{W}_q^2]} < 0 \end{aligned} \quad (3-3)$$

となる。

(3-3) 式と命題1の系から、次の結果が得られる。

命題2

代表的家計の固定的労働供給と脱税に関するAllingham-Sandmo罰金制度の下で、物品税の税率  $a$  の効用補償的な増加は、代表的家計の危険プレミアムを減少させる。したがって政府は物品税の税率  $a$  を正とするのが最適である<sup>注15)</sup>。

次に、他の1つの脱税に関する罰金制度であるYitzhakiの方式の下で問題を検討してみよう。脱税に関する罰金制度としてのYitzhakiの方式の下では、前述のように、確率的な純賃金率  $\tilde{W} = \tilde{W}(t, g)$  は、

$$\tilde{W}(t, g) = 1 - t(1 - q) + \begin{cases} -qtf, & \text{確率} = \delta \\ 0, & \text{確率} = 1 - \delta \end{cases} \quad (1-2)$$

となる。

(1-31) 式と微分して、

$$\left. \frac{dt}{da} \right|_{V=\text{一定}} = -\frac{\partial V / \partial a}{\partial V / \partial t} = -\frac{\phi' E[U(\cdot) \tilde{W}]}{\phi E[U(\cdot) W_t]} = (1-t) \frac{\phi'}{\phi} < 0 \quad (3-4)$$

が得られる。

(3-4) 式は、前述のように、所得税の税率  $t$  と物品税の税率  $a$  の限界代替率である。(3-4) 式の右辺の符号が負であることから、これらの税率は、互いに代替的であることがわかる。

上式から、

$$\left. \frac{dq}{da} \right|_{V=\text{一定}} = \frac{\partial q}{\partial a} + \frac{\partial q}{\partial t} \frac{dt}{da} \bigg|_{V=\text{一定}} = -\frac{\phi'}{\phi} \frac{q}{t} > 0 \quad (3-5)$$

となる。

(3-5) 式は、前述のように、物品税の税率  $a$  が増加するとき、代表的家計の非申告の比率、すなわち脱税の比率  $q$  への効果を示す。

(1-2) 式、(2-2) 式、(3-4) 式と(3-5) 式を用いれば、物品税の税率  $a$  の増加が、代表的家計の危険プレミアムに与える効果は、



$$\begin{aligned}
\left. \frac{d\Pi}{da} \right|_{V=\text{一定}} &= \left. \frac{d}{da} (\phi LE [\tilde{W}(t, q)]) \right|_{V=\text{一定}} \\
&= \left. \frac{d}{da} (\phi L [1-t+gt(1-\delta f)]) \right|_{V=\text{一定}} \\
&= \phi' L [1-t+gt(1-\delta f)] \\
&\quad - \phi L [1-q(1-\delta f)] \left. \frac{dt}{da} \right|_{V=\text{一定}} \\
&\quad - \phi L t (1-\delta f) \left. \frac{dq}{da} \right|_{V=\text{一定}} = 0 \tag{3-6}
\end{aligned}$$

となる。

したがって、次の命題が得られる。

### 命題3

代表的家計の固定的労働供給と脱税に関するYitzhaki罰金制度の下で、物品税の税率  $a$  の増加は代表的家計の危険プレミアムを不変に保つ。したがって、政府は物品税の税率  $a=0$  とするのが最適である<sup>注16)</sup>。

命題2と命題3を比較すると、脱税に関する、2つの罰金制度、Allingham-Sandmo方式とYitzhaki方式について、政府は一方では代表的家計への物品税の税率を正、他方では物品税の税率をゼロとするのが、それぞれ望ましいという対照的な結果が得られることがわかる。罰金制度の違いにより、政府が代表的家計に課する物品税の税率は異なるわけである。

さて、次に、具体的な罰金制度の下で所得税の税率が増加するときの、便益と費用の問題を検討しよう。所得税の税率の増加がもたらす便益は、前述のように、所得税の税率の増加による代表的家計の危険プレミアムの減少と政府にとっての所得税の税収の増加、さらに罰金の増加の合計である。他方、所得税の費用は罰金の増加である。したがって、所得税の税率  $t$  の増加がもたらす純便益は代表的家計の危険プレミアムの減少と政府にとっての所得税の税収の増加である。

ここで、所得税に関して、代表的家計が脱税し、脱税が当局に発覚して課せ

られる罰金を一般化して、所得税の税率 $t$ の関数で表わされるものとして、 $g = g(t)$  とする<sup>注17)</sup>。Allingham-Sandmoの罰金制度とYitzhakiの罰金制度という、2つの脱税に関する罰金制度は、それぞれ、上に定義された罰金制度の特別な場合と考えられる。すなわち、Allingham-Sandmoの罰金制度は、 $g(t) \equiv f$  (一定)、Yitzhakiの罰金制度は  $g(t) \equiv tf$  (比例定数 $f$ で、所得税の税率 $t$ に比例) となる、一般化された罰金制度の特別な場合である。

脱税に関する一般化された罰金制度の下での確率的な純賃金率  $\tilde{W} = \tilde{W}(t, g)$  は、

$$\tilde{W}(t, g) = 1 - t(1 - q) + \begin{cases} -qg(t), & \text{確率} = \delta \\ 0, & \text{確率} = 1 - \delta \end{cases} \quad (3-7)$$

となる。

(3-7) 式で表わされる確率的な純賃金率の下で、所得税の税率 $t$ の増加がもたらす代表的家計と政府への効果について検討しよう。(3-7) 式を用いて、所得税の税率 $t$ の増加がもたらす代表的家計の危険プレミアムへの効果をみると、

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\Pi}{da} \right|_{V=\text{一定}} &= \left. \frac{d}{da} (\phi LE[\tilde{W}]) \right|_{V=\text{一定}} \\ &= \phi' L[\tilde{W}] + \phi L \left. \frac{d}{dt} (E[\tilde{W}(t, g)]) \right|_{V=\text{一定}} \\ &= \phi' L \{1 - t(1 - q) - \delta qg(t)\} + \delta L \{(q - 1) - \delta qg'(t)\} \end{aligned} \quad (3-8)$$

となる。

次に、所得税の税率 $t$ の増加がもたらす、政府の所得税の税収  $tLE[\tilde{W}]$  への効果は、

$$\begin{aligned} &\left. \frac{d(tLE[\tilde{W}])}{dt} \right|_{V=\text{一定}} \\ &= LE[\tilde{W}] + tL \left\{ \left. \frac{\partial E[\tilde{W}]}{\partial t} + \frac{\partial E[\tilde{W}]}{\partial q} \frac{dq}{dt} \right|_{V=\text{一定}} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= LE [\tilde{W}] + tL \left\{ \frac{\partial E [\tilde{W}]}{\partial t} + \frac{\partial E [\tilde{W}]}{\partial q} \left( -\frac{E [U'(\cdot) \tilde{W}_t]}{E [U'(\cdot) \tilde{W}_g]} \right) \right\} \\
&= LE [\tilde{W}] \\
&= L \{1-t(1-q) - \delta qg(t)\} \tag{3-9}
\end{aligned}$$

となる。

(3-8) 式と (3-9) 式から、一般化された罰金制度の下での、所得税の税率  $t$  の増加がもたらす代表的家計と政府への効果がわかる。そこで、(3-8) 式において、代表的家計の危険プレミアムが減少するための条件と、(3-9) 式において政府の税収が増加するための条件を求めてみよう。

まず、代表的家計の危険プレミアムが減少する ( $d\Pi/dt|_{v=\text{一定}} < 0$ ) ための条件を求める。前述のように、所得税の税率  $t$  の増加がもたらす、代表的家計の危険プレミアムへの効果は、

$$\begin{aligned}
\frac{d\Pi}{dt} \Big|_{v=\text{一定}} &= \phi' L \{1-t(1-q) - \delta qg(t)\} \\
&\quad + \phi L \{(q-1) - \delta qg'(t)\} \tag{3-10}
\end{aligned}$$

である。

右辺の第1項について符号をみてみよう。まず、 $\phi' < 0$  である<sup>注18)</sup>。もし、期待純賃金率が負であれば ( $E[\tilde{W}] \leq 0$ )、代表的家計は労働と供給しないか、または脱税しないと考えられるので、( $E[\tilde{W}] = 1-t(1-q) - \delta qg(t) \geq 0$ ) である。さらに第2項について、 $\phi L \{(q-1) - \delta qg'(t)\} \leq 0$  であれば、危険プレミアム減少の条件を満たすことになる。脱税に関する一般化された罰金制度の関数  $g=g(t)$  の1次導関数  $dg/dt=g'(t)$  について整理すれば、 $g'(t) \geq (q-1)/\delta q$  となる。 $q-1 \leq 0$  ( $0 \leq q \leq 1$ ) であるので、もし  $g'(t) \geq 0$  であれば、危険プレミアム減少の条件は満たされる。仮定により、1次導関数  $g'(t)$  は正である。すなわち、脱税に関する一般化された罰金制度の下で、所得税の税率  $t$  が増加すれば、罰金額も増加すると仮定しているので、 $g'(t) > 0$  の条件は満たされる。

次に、所得税の税率  $t$  が増加するときに、政府にとっての所得税の税収が増加する  $(d(tLE[\tilde{W}])/dt|_{V=\text{一定}} > 0)$  ための条件を求めてみよう。前述のように、

$$\frac{(d(tLE[\tilde{W}])/dt)|_{V=\text{一定}}}{LE[\tilde{W}]} \quad (3-9)'$$

である。

仮定により、代表的家計の固定的労働供給  $L \geq 0$ 、かつ、期待純賃金率  $E[\tilde{W}] \geq 0$  であるので、所得税の税率  $t$  の増加は、政府にとって所得税の税収の増加をもたらすことになる。以上のように、所得税の税率  $t$  の増加は、一定の条件  $(g'(t) \geq 0)$  の下で、代表的家計の危険プレミアムの減少、すなわち、代表的家計の便益の増加をもたらす。同時に、通常の場合 ( $L \neq 0$ 、 $E[\tilde{W}] \neq 0$ ) には、政府にとって、所得税の税収増をもたらす。したがって、次の命題が得られる。

#### 命題 4

代表的家計の固定的労働供給と脱税に関する一般的罰金制度の下で、所得税の税率  $t$  の増加は、代表的家計の危険プレミアムを減少させると同時に、政府の税収を増加させる。したがって、この場合には、政府は所得税の税率を正 ( $t > 0$ ) とするのが最適となる。

命題 2 から代表的家計の固定的労働供給と脱税に関する Allingham-Sandmo 罰金制度の下では、物品税の税率を正 ( $a > 0$ ) とするのが最適であることがわかる。また、命題 4 から代表的家計の固定的労働供給と脱税に関する一般的罰金制度の下では、所得税の税率を正 ( $t > 0$ ) とするのが最適である。命題 2 と命題 4 を総合して考えれば、脱税に関する Allingham-Sandmo 罰金制度の下で、政府は物品税と所得税の 2 つの手段により税収を確保することが可能である。政府が物品税と所得税の 2 つの課税方法のどちらに、税収をより多く依存すべきかは、物品税と所得税の税率の増加と代表的家計の危険プレミアムの減少の程度、物品税と所得税の税率の増加と政府の税収の増加の程度によって決まる。

命題3から、代表的家計による固定的労働供給と脱税に関するYitzhaki罰金制度の下では、物品税の税率をゼロ ( $\alpha=0$ ) とするのが最適であることがわかる。また、命題4によれば、代表的家計による固定的労働供給と脱税に関する一般的罰金制度の下では、所得税の税率を正 ( $t>0$ ) とするのが最適である。したがって、代表的家計による固定的労働供給と脱税に関するYitzhaki罰金制度の下では、政府は代表的家計に物品税を課さずに、所得税のみによって税収を確保するのが最適となる。

## 結 び

本稿の経済には、複合標準財と特定財の2つの財が存在する。複合標準財は非課税で特定財のみに課税される。経済主体は代表的家計と政府である。代表的家計は、分離可能で相似拡大的な効用関数を持つ。また、代表的家計は、固定的な労働供給により所得を得る。政府は、脱税可能な所得税と脱税不可能な物品税の、どちらにも課税することができるが、政府は、どちらの税を用いるべきであろうか。家計の脱税に対する、政府の罰金制度としては、Yitzhaki型とAllingham-Sandmo型とがある。また、本稿では、2つの罰金制度を一般化した罰金制度を想定した。

得られた結論としては、4つの命題がある。命題1は所得税の税率と物品税の税率の組合せの最適選択の必要条件を示している。命題1の系から物品税の税率  $\alpha$  が増加するとき、代表的家計の危険プレミアムが減少するならば、物品税の税率は正とすべきであるとの結果が得られる。命題2からは、代表的家計の固定的労働供給と、脱税に関するAllingham-Sandmo罰金制度の下で、物品税の税率  $\alpha$  の効用補償的な増加は、代表的家計の危険プレミアムを減少させることがわかる。命題3からは、代表的家計の固定的労働供給と脱税に関するYitzhaki罰金制度の下で、物品税の税率  $\alpha$  の増加は、代表的家計の危険プレミアムを不変に保つことがわかる。命題4で得られる結果は、代表的家計

の固定的労働供給と脱税に関する一般的罰金制度の下で、所得税の税率  $t$  の増加は代表的家計の危険プレミアムを減少させると同時に、政府の税収を増加させるということである。以上、4つの命題から、Allingham-Sandmo罰金制度とYitzhaki罰金制度の下では、政府は物品税を、それぞれ正またはゼロとするのが望ましいことと、一般化された罰金制度の下では、政府は所得税を正にするのが望ましいことがわかる。

命題2と命題4から、脱税に関するAllingham-Sandmo罰金制度の下で、政府は物品税と所得税の2つの手段により税収を確保することが可能であることがわかる。それでは、2つの課税方法の最適な比率はどのように決定すべきであろうか。これらは、物品税と所得税の税率の増加と、代表的家計の危険プレミアムの減少の程度、あるいは、物品税の所得税の税率の増加と政府の税収の増加の程度に依存すると考えられる。したがって、これらの関係に何らかの仮定を置けば、最適な比率が決定されることになる。これは今後の課題である。

[注]

注1) ここで、チルド記号  $(\sim)$  は確率的な変数を表わす。

注2) これらの仮定の下で、A. B. Atkinson and J. E. Stiglitz [2] は脱税がないならば、労働所得のみへの課税が最適であるとしている。W. F. Richter and R. W. Boadway [5] の365頁を参照せよ。

注3) したがって、効用関数  $U$  の1次導関数は正 ( $U' > 0$ )、2次導関数は負 ( $U'' < 0$ ) である。

注4) したがって、不効用関数  $D$  の1次導関数は正 ( $D' > 0$ )、2次導関数も正 ( $D'' > 0$ ) である。

注5) 後に、簡単化のために、代表的家計の労働供給は一定と仮定される。

注6) オイラー定理 (法則) によれば、関数  $f$  が微分可能な1次同次関数のとき、

$$f(x) \equiv \sum_{n=1}^n \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} x_i \text{ となる。}$$

注7) W. F. Richter and R. W. Boadway [5] の368頁を参照せよ。

注8) 非申告の比率がゼロ ( $g=0$ ) のとき、すなわち、全ての所得が正直に申告されるとき、賃金率  $\tilde{W}=W=1-t$  となる。

注9) Allingham-Sandmoの罰金方式のとき、 $\partial \tilde{W}(t, q) / \partial q = t - \delta f$  となる。また、

Yitzhakiの罰金方式のとき、 $\partial \tilde{W}(t, q) / \partial q = t - \delta tf$ となる。

注10) 前述のように、 $\Phi'(P) = \Phi_{cc}h' = -\Phi_c^2/\Phi$ である。

注11) (1-21)式より、 $h' > 0$ であるので、(2-6)式は負の値をとる。

注12) (2-2)式と(2-5)式を参照せよ。

注13) W. F. Richter and R. W. Boadway [5] の372頁を参照せよ。証明については、W. F. Richter and R. W. Boadway [5] の378頁から379頁を参照せよ。

注14) W. F. Richter and R. W. Boadway [5] の372頁を参照せよ。

注15) ただし、(3-3)式が成立するためには、(1-25)式、 $E[U'\tilde{W}_q] = 0$ が必要とされるだけでなく、(1-25)式を所得税の税率 $t$ で微分した式をゼロとおいた条件式 $\partial E[U'\tilde{W}_q] / \partial t = 0$ が必要である。命題2については、W. F. Richter and R. W. Boadway [5] の373頁を参照せよ。

注16) W. F. Richter and Boadway [5] の375頁を参照せよ。

注17) 関数 $g(t)$ について、(1)1次導関数 $g'(t) > 0$ 、2次導関数 $g''(t) > 0$ の場合と、(2)1次導関数 $g' > 0$ 、2次導関数 $g''(t) < 0$ の場合とが考えられる。また、特別な場合としてAllingham-Sandmoの罰金方式 $g=f$ 、Yitzhakiの罰金方式 $g=tf$ となる。

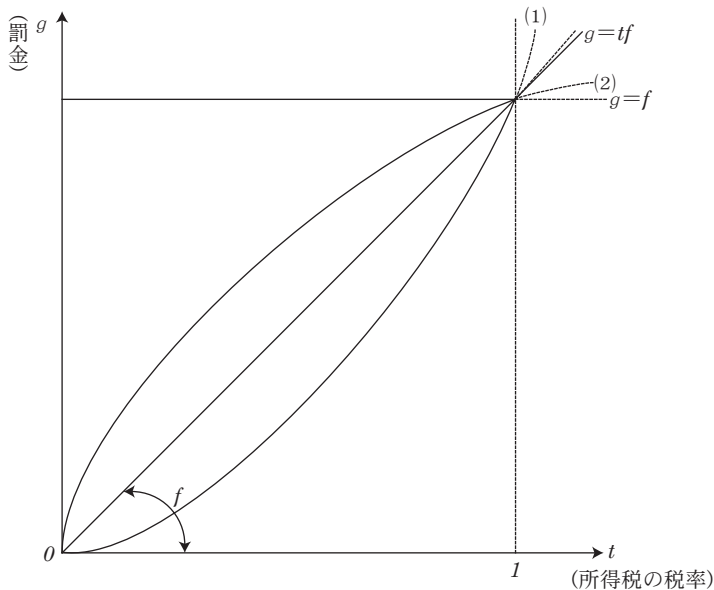


図 1

注18) 前述の注10) を参照せよ。

参考文献

- [1] Allingham, M. G., and A. Sandmo, "Income Tax Evasion : A Theoretical Analysis," *Journal of Public Economics*, Vol. 1, 1972.
- [2] Atkinson, A. B., and J. E. Stiglitz, "The Structure of Indirect Taxation and Economic Efficiency," *Journal of Public Economics*, Vol.1, 1972.
- [3] Boadway, R., M. Marchand, and P. Pestieau, "Towards A Theory of Direct - Indirect Tax Mix," *Journal of Public Economics*, Vol.55, 1994.
- [4] Cremer, H., and F. Gahvari, "Tax Evasion and Optimal General Income Tax," *Journal of Public Economics*, Vol.60, 1996.
- [5] Richter, W. F., and R. W. Boadway, "Trading off Tax Distortion and Tax Evasion," *Journal of Public Economic Theory*, Vol.7, 2005.
- [6] Yitzhaki, S., "A Note on Income Tax Evasion : A Theoretical Analysis," *Journal of Public Economics*, Vol.3, 1974.