

年齢に対応した所得課税について

緒 方 隆

要 旨

本稿の目的は年齢に依存した最適な所得税率の研究である。J. M. Lozachmeur [4] は3期間生存する代表的家計を想定し、選択変数として教育期間と退職年齢、さらに貯蓄を用いた。代表的個人はライフ・サイクル効用を最大にするように選択変数を決定する。本稿のモデルは同論文に依拠しているが、同論文では利子率がゼロと仮定していたのに対し、利子率は正と仮定している。

キーワード

最適課税、所得税、教育水準、退職年齢、利子率

目 次
序
I. モデルの設定
II. 個人の効用最大化
i) 教育水準と退職年齢
ii) 教育水準と税率
iii) 教育水準と利子率
結 び

序

本稿の目的は、年齢に依存した最適な所得税率の研究である。労働収入に対する税率はライフ・サイクルに応じて変化するべきであろうか。現行の税率は年齢から独立しているが、労働収入に対する実効税率はライフ・サイクルに関して一定ではないと考えられる。まず、累進税率の下では税率は年齢とともに変化する。収入が年齢に応じて変化するとすれば、累進税率の下では限界税率は収入に応じて、すなわち、年齢に応じて変化する。次に高齢者に対する課税と社会保障の存在である。高齢の労働者は、労働収入に課税される一方で社会保障の便益は受けないので、この意味で、二重の損失である。

年齢に依存した税制の最適性の根拠は、例えば、G. A. Akerlof [1] に見られる。同論文は識別 (Tagging) を伴う最適な負の所得税と、全ての集団を、まったく同一に取扱う最適な負の所得税とを比較検討して、異なる制度の長所を明らかにした。負の所得税の利点は、貧しい人にも労働誘因を与え、より多くの厚生支払を得るために家族が離散することもないし、同一の所得を得る個人は同一に取扱われるので、政府としては公正に、しかも相対的に安く管理することができる等である。これに対して、厚生制度の利点は、何らかの識別 (Tagging)、つまり年齢、雇用形態、家族形態 (母子家庭かどうか) によって、特別税制を採用できることである。この故に、限界税率を低くして、厚生支払を多くすることを可能にする。

A. Erosa and M. Gervais [3] も同様の研究であるが、同論文は選択変数として貯蓄、3 期間における労働供給を用いた。同論文によれば、標準ライフ・サイクル成長モデルでは、個人は各期において労働と余暇を選択する。最適化を図る政府は利子所得に課税・補助するのが最適である。これに対して、ライフ・サイクルモデルでは、個人の消費・労働計画は決して一定ではない。最適化を図る政府は消費財と労働収入に個人のライフ・サイクルに関して異なる率で課税すべきである。

J. M. Lozachmeur [4] は、選択変数として教育期間と退職年齢を用いた。彼女のモデルは代表的個人を想定する。代表的個人は同一の長さの3期間生存する。第1期では最初的一部分が教育期間で、残りの部分は労働供給期間である。第2期では全期間で1単位の労働供給を行なう。第3期では退職時期を選択する。また、第1期と第2期では貯蓄額を選択する。政府は代表的個人のライフ・サイクル効用を最大化するように年齢依存の所得税率を決定する。

本稿のモデルは、J. M. Lozachmeur [4] に依拠している。ただし、同論文では、経済において、利子率、人口成長率はともにゼロと仮定しているが、本稿では、経済において利子率は正で人口成長率はゼロである。

本稿の構成は次の通りである。第1章はモデルの決定である。代表的個人と3期間のライフ・サイクルモデルが想定される。第2章は、家計、すなわち代表的個人の効用最大化問題である。代表的個人は効用を最大にするように教育水準、退職年齢を決定する。

I. モデルの設定

経済においては、3期間のライフサイクルモデルが想定される。経済において利子率 r は正で、人口成長率はゼロである^{注1)}。個人は同型であり、代表的個人が想定されている。期間1で、個人は e 単位だけの教育を受け、残りの $(1-e)$ 単位では、労働を供給する。期間1における個人の貯蓄は s_1 である。期間2では、個人は1単位の労働を供給し、 s_2 だけ貯蓄する。期間3で個人は退職年齢 l を決定する^{注2)}。労働供給は1単位で残りの $(1-l)$ 単位は余暇である。個人の消費は労働所得と貯蓄により賄われる。実質賃金 w は教育水準 e の増加関数、かつ凹関数である。実質賃金 w について、

$$w = w(e), w'(e) > 0, w''(0) < 0 \text{ となる} \text{注3)}$$

代表的個人の第 i 期の消費は c_i ($i=1, 2, 3$) である。代表的個人のライフ・サイクル効用関数 $U(c_1, c_2, c_3)$ は期間と期間のあいだで分離可能であり、さ

らに消費と余暇のあいだで分離可能である。すなわち、効用関数は、

$$U(c_1, c_2, c_3, l) = u(c_1) + u(c_2) + u(c_3) + v(1-l)$$

である。

分離された効用関数 $u(\cdot)$, $v(\cdot)$ は消費および余暇の増加関数、かつ凹関数であるので、 $u'(\cdot)$, $v'(\cdot) > 0$, $u''(\cdot)$, $v''(\cdot) < 0$ が成立する^{注4)}。ここで、消費 c_i に関する限界効用の弾力性を定義する。 $\sigma(c_i)$ は消費 c_i に関する限界効用の弾力性 $\sigma(c_i) = -c_i u''(c_i) / u'(c_i)$ である^{注5)}。

II. 個人の効用最大化

代表的個人は、第1期の貯蓄 s_1 が非負であるとの制約の下で効用関数を最大にするように、教育水準 e 、第1期と第2期の貯蓄 s_1 , s_2 、さらに退職年齢 l を決定する。政府は第 i 期に代表的個人に比例的所得税率 t_i ($i=1, 2, 3$) を課す。

代表的個人が直面する最大化問題は、

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & u(c_1) + u(c_2) + u(c_3) + v(1-l) \\ \text{s.t.} \quad & e, l, s_1, s_2 \end{aligned}$$

$$\text{s.t.} \quad \begin{cases} c_1 = (1-e)(1-t_1)w(e) - s_1 \\ c_2 = (1-t_2)w(e) - s_2 + s_1(1+r) \\ c_3 = l(1-t_3)w(e) - s_2(1+r) \\ s_1 \geq 0 \end{cases}$$

である。

ラグランジュ関数は、

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= u(c_1) + u(c_2) + u(c_3) + v(1-l) + \mu s_1 \\ &= u((1-e)(1-t_1)w(e) - s_1) \\ &\quad + u((1-t_2)w(e) - s_2 + s_1(1+r)) \\ &\quad + u(l(1-t_3)w(e) - s_2(1+r)) \end{aligned}$$

$$+v(1-l) + \mu s_1,$$

である。

したがって、教育水準 e 、第1期と第2期の貯蓄 s_1 、 s_2 、さらに、退職年齢 l に関する1階の条件式は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial e} = & w'(e)(1-e)(1-t_l) u'(c_1) \\ & - w(e)(1-t_1) u'(c_1) \\ & + (1-t_2) w'(e) u'(c_2) \\ & + l(1-t_3) w'(e) u'(c_3) = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial e} = (1-t_3) w(e) u'(c_3) - v'(1-l) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial s_1} = -u'(c_1) + (1+r) u'(c_2) + \mu = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial s_2} = -u'(c_2) + (1+r) u'(c_3) = 0, \quad (4)$$

$$\mu \geq 0$$

である。

ただし、ラグランジュ乗数 μ については、 $\mu=0$ と仮定する。(3)式を移項して整理すれば、

$$u'(c_1) = (1+r) u'(c_2) \quad (5)$$

となり、同様に(4)式を移項して整理すれば、

$$u'(c_2) = (1+r) u'(c_3) \quad (6)$$

となる。したがって、

$$u'(c_1) = (1+r) u'(c_2) = (1+r)^2 u'(c_3) \quad (7)$$

となる。

(7)式を(1)式に代入し、移項して整理すると、

$$\begin{aligned} & w'(e) \{(1-e)(1+r)^2 + (1+r)l\} - w(e)(1+r)^2 \\ & = t_1 \{w'(e)(1-e) - w(e)\} (1+r)^2 + w'(e) \{(1+r)t_2 + lt_3\} \end{aligned} \quad (8)$$

が得られる。さらに、変形して、

$$l(1-t_3) = - (1-e)(1-t_1)(1+r)^2 + \frac{w(e)}{w'(e)} + (1-t_1)(1+r)^2 - (1-t_2)(1+r) \quad (9)$$

となる^{注6)}。

また、(2) 式から、

$$(1-t_3)w(e)u'(c_3) - v'(1-l) = 0 \quad (10)$$

である。

ここで、代表的個人の限界効用 u' が 1 次同次の関数であると仮定すれば、(5) 式と (6) 式は、

$$c_1 = (1+r)c_2 \quad (11)$$

$$c_2 = (1+r)c_3 \quad (12)$$

と簡略化される。

(11) 式と最大化問題の制約式から

$$\begin{aligned} & (1+r)s_1 - \{1 + (1+r)^2\}s_2 \\ & = (1+r)^2 l(1-t_3)w(e) - (1-t_2)w(e) \end{aligned} \quad (13)$$

が得られる。

また、(12) 式と最大化問題の制約式から、

$$\begin{aligned} & (2+r)s_1 - (1+r)s_2 \\ & = (1-e)(1-t_1)w(e) - (1+r)(1-t_2)w(e) \end{aligned} \quad (14)$$

が得られる。

(13) 式と (14) 式から、

$$\begin{aligned} s_1 = & \frac{w(e)}{(1+r)^3 + (2+r)} \left[(1-t_1) \left\{ (1 + (1+r)^2(2+r)(1-e) \right. \right. \\ & \left. \left. + (1+r)^5(1-e) - (1+r)^5 \frac{w(e)}{w'(e)} \right\} \right. \\ & \left. + (1-t_2)(1-r) \{ (1+r)^3 - (1 + (1+r)^2)(2+r) + 1 \} \right] \quad (15) \end{aligned}$$

が成立する。

(15) 式の右辺の大括弧の中の第1項は、

$$(1-t_1) \left\{ (1+(1+r)^2)(2+r)(1-e) + (1+r)^5(1-e) - (1+r)^5 \frac{w(e)}{w'(e)} \right\} \geq 0 \quad (16)$$

である。

また、(16) 式の左辺の中括弧の中の第1項は、

$$(1+(1+r)^2)(2+r)(1-e) + (1+r)^5(1-e) > 0 \quad (17)$$

である。

もし、教育の賃金率弾力性が大きければ、(16) 式は負となる可能性があり、逆に教育の賃金率弾力性が小さければ (16) 式は正となる可能性が高い。

(15) 式の右辺の大括弧の中の第2項は、

$$(1-t_2)(1+r) \{ (1+r)^3 - (1+(1+r)^2)(2+r) + 1 \} < 0 \quad (18)$$

となる。なぜならば、(18) 式の中括弧の中が負であるからである。

したがって、代表的個人の第1期の貯蓄 s_1 が正であるためには、教育の賃金率弾力性がきわめて小さいことが必要であり、通常の場合には貯蓄は負となる可能性が高い。

ここで、簡単化のために、代表的個人に対して政府が課す、第1期と第2期の比例的所得税率が等しい、すなわち、 $t_1=t_2=t$ と仮定する。このとき、代表的個人の第1期の貯蓄 s_1 は、

$$s_1 = \frac{(1-t) w(e)}{(1+r)^3 + (2+r)} \left[(1+r)^5 \left(1 - \frac{w(e)}{w'(e)} \right) + (1+r)^2 \{ (2+r)(1+r) - 1 \} \right] \quad (19)$$

となる。

(19) 式から、教育の賃金率弾力性を η とするとき、 $(1-\eta e) \leq 0$ 、すなわち、 $\eta \geq 1/e$ に対応して、第1期の貯蓄 s_1 は、 $s_1 \leq 0$ となることがわかる。教育水準 e については、 $0 \leq e \leq 1$ であるので、逆数 $1/e$ は、 $1/e \geq 1$ である。仮に $e=1/2$ とすれば、 $1/e=2$ 、 $e=2/3$ とすれば、 $1/e=3/2$ である。教育水準が

高くなれば、 $\eta > 1/e$ となる可能性も大きいと考えられるので、第1期の貯蓄が負となる可能性も当然、大きくなると考えられる。

ここで、第1期の貯蓄 $s_1=0$ と仮定しよう。この仮定の下で、第 i 期の消費 c_i ($i=1, 2, 3$) は、

$$\begin{cases} c_1 = (1-e)(1-t_1)w(e) \\ c_2 = (1-t_2)w(e) - s_2 \\ c_3 = l(1-t_3)w(e) + s_2(1+r) \end{cases} \quad (20)$$

となる。

代表的個人の効用関数

$$U(c_1, c_2, c_3, l) = u(c_1) + u(c_2) + u(c_3) + v(1-l)$$

の教育水準 e に関する限界効用関数 U_e は、

$$\begin{aligned} U_e = \{w'(e)(1-e) - w(e)\}(1-t_1)u'(c_1) \\ + w'(e)\{(1-t_2)u'(c_2) + l(1-t_3)u'(c_3)\} \end{aligned} \quad (21)$$

となる。

(3) 式と (4) 式から、

$$u'(c_1) = (1+r)u'(c_2) = (1+r)^2 u'(c_3) \quad (22)$$

であるので、

$$\begin{aligned} U_e = [w'(e)\{(1-e)(1-t_1)(1+r)^2 + (1-t_2)(1+r) \\ + l(1-t_3)\} - w(e)(1-t_1)(1+r)]u'(c_3) \end{aligned} \quad (23)$$

が成立する。

代表的個人の、教育水準 e に関する限界効用 U_e は、

$$U_e = U_e(e, l, s_1, s_2) = U_e(e, t_1, t_2, t_3, r, l, l, s_1, s_2)$$

と表わせる。

また、代表的個人の第3期の消費 c_3 は、

$$c_3 = l(1-t_3)w(e) + s_2(1+r)$$

である。

i) 教育水準と退職年齢

したがって、教育水準 e に関する、代表的個人の限界効用関数の退職年齢 l に関する導関数は、

$$\begin{aligned} \partial Ue / \partial l = & w'(e) (1-t_3) u'(c_3) \\ & + [w'(e) \{(1-e)(1-t_1)(1+r)^2 + (1-t_2)(1+r) \\ & + l(1-t_3)\} - w(e)(1-t_1)(1+r)] u''(c_3) (1-t_3) w(e) \end{aligned} \quad (24)$$

となる。

ここで、簡単化のために、3期を通じて、すべての期の税率が同一、すなわち、 $t_1=t_2=t_3=t$ と仮定する。このとき、代表的個人の限界効用 Ue は、

$$Ue = Ue(e, l, s_1, s_2) = Ue(e, t, r, l, l, s_1, s_2)$$

であり、第3期の個人の消費 c_3 は、

$$c_3 = l(1-t)w(e) + s_2(1+r)$$

である。

したがって、教育水準 e に関する、代表的個人の限界効用関数の退職年齢 l に関する導関数は、

$$\begin{aligned} \partial Ue / \partial l = & w'(e) (1-t) u'(c_3) \\ & + (1-t)^2 w(e) u''(c_3) [w'(e) \{(1-e)(1+r)^2 + \\ & (1+r) + l\} - w(e)(1+r)] \\ = & w'(e) (1-t) u'(c_3) \\ & + (1-t)^2 w(e) w'(e) \frac{u''(c_3)}{u'(c_3)} \cdot \frac{c_3}{c_3} u'(c_3) \times \\ & \left[\{(1-e)(1+r)^2 + (1+r) + l\} - \frac{w(e)}{w'(e)} (1+r) \right] \end{aligned} \quad (25)$$

となる。

ここで、 $w(e)/w'(e) = (\Delta e/e/\Delta w/w) e = \eta_e$,

$-\sigma(c) = cu''(c)/u'(c)$ であるので、

$$\partial Ue / \partial l = (1-t) w'(e) u'(c_3) \left[1 - (1-t) w(e) \right]$$

$$\times \frac{\sigma(c_3)}{c_3} \{((1-e)(1+r)^2 + (1+r) + l) - (1+r)e\eta\} \quad (26)$$

となる。

ただし、 $\sigma(c_3)$ は限界効用の弾力性、 η は教育の賃金率弾力性である。

(26) 式の右辺の中括弧の中の式が、

$$((1-e)(1+r)^2 + (1+r) + l) - (1+r)e\eta = 0$$

のとき、すなわち、教育の賃金弾力性 η が、

$$\eta = \frac{(1-e)(1+r)^2 + (1+r) + l}{e(1+r)}$$

のとき、

$$\partial Ue / \partial l = (1-t) w'(e) u'(c_3) > 0,$$

となる。

また、

$$((1-e)(1+r)^2 + (1+r) + l) - (1+r)e\eta = 1$$

のとき、すなわち、教育の賃金率弾力性 η が、

$$\eta = \frac{(1-e)(1+r)^2 + r + l - 1}{e(1+r)}$$

のとき、

$$\partial Ue / \partial l = (1-t) w'(e) u'(c_3) \left\{ 1 - (1-t) w(e) \frac{\sigma(c_3)}{c_3} \right\} \quad (27)$$

となる。

仮定により、 $(1-t) w'(e) u'(c_3) > 0$ であるので、

$$1 - (1-t) w(e) \frac{\sigma(c_3)}{c_3} \geq 0,$$

すなわち、消費 c_3 に関する限界効用の弾力性について、

$$\sigma(c_3) \leq \frac{c_3}{(1-t) w(e)}$$

に応じて、

$$\frac{\partial U_e}{\partial l} \geq 0$$

となる。

ここで、教育水準 $e = \bar{e}$ と退職年齢 l に関して、

$$\frac{d\bar{e}}{dl} = - \frac{\partial U_e / \partial l}{U_{ee}},$$

であることを用いると、

$$\partial U_e / \partial l = (1-t) w'(e) u'(c_3) \{1 - (1-t) w(e) \sigma(c_3) / c_3\}$$

のとき、

$$\frac{d\bar{e}}{dl} = - \frac{(1-t) w'(e) u'(c_3) \{1 - (1-t) w(e) \sigma(c_3) / c_3\}}{U_{ee}}, \quad (28)$$

となる^{注7)}。

したがって、教育水準 e に関する効用の2階の導関数 $U_{ee} > 0$ から、第3期の消費 c_3 に関する限界効用の弾力性 $\sigma(c_3)$ と、教育水準 $e = \bar{e}$ と退職年齢 l の限界代替 $d\bar{e}/dl$ に関して、

$$\sigma(c_3) \geq \frac{c_3}{(1-t) w(e)} \Leftrightarrow \frac{d\bar{e}}{dl} \geq 0 \quad (29)$$

が成立する。

(29) 式によれば、第3期の消費 c_3 に関する限界効用の弾力性 $\sigma(c_3)$ が、税収後の賃金率 $(1-t) w(e)$ に対する第3期の消費 c_3 の比率 $c_3 / (1-t) w(e)$ と等しいならば、教育水準 \bar{e} の変化と退職年齢 l の変化は無関係である。また、第3期の消費 c_3 に関する限界効用の弾力性 $\sigma(c_3)$ が税収後の賃金率 $(1-t) w(e)$ に対する第3期の消費の比率 $c_3 / (1-t) w(e)$ よりも大きい(小さい)ならば、教育水準 \bar{e} の変化と退職年齢 l の変化は同方向(反対方向)である。

ii) 教育水準と税率

教育水準 e に関する、代表的個人の限界効用関数の税率 t に関する導関数は、

$$\begin{aligned} \partial U_e / \partial t = \{ & u'(c_3) + (1-t) u''(c_3) l w(e) \} \times \\ & [w(e) (1+r)^2 - w'(e) \{ (1-e) (1+r)^2 + (1+r) + l \}] \end{aligned} \quad (30)$$

となる。

(30) 式を、第3期の消費 c_3 に関する限界効用の弾力性 $\sigma(c_3)$ 、教育の賃金率弾力性 η を用いて整理すれば、

$$\partial U_e / \partial t = u'(c_3) w'(e) \{1 - (1-t) lw(e) c_3 \sigma(c_3)\} \times \\ [(1+r)^2 e \eta - \{(1-e)(1+r)^2 + (1+r)l\}] \quad (31)$$

となる。

(31) 式の右辺の中括弧の中の式がゼロの値、すなわち、

$$1 - (1-t) lw(e) c_3 \sigma(c_3) = 0,$$

と仮定すると、第3期の消費 c_3 に関する限界効用の弾力性 $\sigma(c_3)$ は、

$$\sigma(c_3) = \frac{1}{(1-t) lw(e) c_3}$$

となり、

(31) 式の右辺の大括弧の中の式がゼロの値、すなわち、

$$(1+r)^2 e \eta - \{(1-e)(1+r)^2 + (1+r)l\} = 0$$

と仮定すると、教育の賃金率弾力性 η は、

$$\eta = \frac{(1-e)(1+r)^2 + (1+r)l}{e(1+r)^2}$$

となる。

$$\sigma(c_3) = \frac{1}{(1-t) lw(e) c_3}$$

となり、

(31) 式の右辺の大括弧の中の式がゼロの値、すなわち、

$$(1+r)^2 e \eta - \{(1-e)(1+r)^2 + (1+r)l\} = 0$$

と仮定すると、教育の賃金率弾力性 η は、

$$\eta = \frac{(1-e)(1+r)^2 + (1+r)l}{e(1+r)^2}$$

となる。

$$\frac{d\bar{e}}{dt} = - \frac{u'(c_3) w'(e) \{\cdot\} [\cdot]}{\partial U_e / \partial e} \quad (32)$$

について、

$$1 - (1-t) l w(e) c_3 \sigma(c_3) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \sigma(c_3) \leq \frac{1}{(1-t) l w(e) c_3},$$

$$e(1+r)^2 \eta - \{(1-e)(1+r)^2 + (1+r) + l\} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \eta(e) \geq \frac{(1-e)(1+r)^2 + (1+r) + l}{e(1+r)^2}$$

であることから、次の結論が得られる。

1) 代表的個人の第3期の消費 c_3 に関する限界効用の弾力性 $\sigma(c_3)$ が、

$$\sigma(c_3) = \frac{1}{(1-t) l w(e) c_3}$$

または、教育の賃金率弾力性 $\eta(e)$ が、

$$\eta(e) = \frac{(1-e)(1+r)^2 + (1+r) + l}{e(1+r)^2}$$

のとき、税率 t の教育水準 \bar{e} に与える効果は、

$$d\bar{e}/dt = 0$$

となる。すなわち、税率 t の変化と教育水準 \bar{e} の変化は無関係である。

2) 代表的個人の第3期の消費 c_3 に関する限界効用の弾力性 $\sigma(c_3)$ が、

$$\sigma(c_3) < \frac{1}{(1-t) l w(e) c_3}$$

かつ、教育の賃金率弾力性 $\eta(e)$ が、

$$\eta(e) > \frac{(1-e)(1+r)^2 + (1+r) + l}{e(1+r)^2}$$

であるか、または、限界効用の弾力性 $\sigma(c_3)$ が、

$$\sigma(c_3) > \frac{1}{(1-t) l w(e) c_3}$$

かつ、教育の賃金率弾力性 $\eta(e)$ が、

$$\eta(e) < \frac{(1-e)(1+r)^2 + (1+r) + l}{e(1+r)^2}$$

のとき、税率 t の教育水準 \bar{e} に与える効果は、

$$d\bar{e}/dt < 0$$

となる。すなわち、税率 t の変化と教育水準 \bar{e} の変化は反対方向である。

3) 代表的個人の第3期の消費 c_3 に関する限界効用の弾力性 $\sigma(c_3)$ が、

$$\sigma(c_3) > \frac{1}{(1-t) l w'(e) c_3}$$

かつ、教育の賃金率弾力性 $\eta(e)$ が、

$$\eta(e) > \frac{(1-e)(1+r)^2 + (1+r) + l}{e(1+r)^2}$$

であるか、または、限界効用の弾力性 $\sigma(c_3)$ が、

$$\sigma(c_3) < \frac{1}{(1-t) l w'(e) c_3}$$

かつ、教育の賃金率弾力性 $\eta(e)$ が、

$$\eta(e) < \frac{(1-e)(1+r)^2 + (1+r) + l}{e(1+r)^2}$$

のとき、税率 t の教育水準 \bar{e} に与える効果は、

$$d\bar{e}/dt > 0$$

となる。すなわち、税率 t の変化と教育水準 \bar{e} の変化は同方向である。

iii) 教育水準と利子率

さて、教育水準 \bar{e} と利子率 r の関係は、どのようになるのだろうか。両者の関係を検討しよう。教育水準 e に関する個人の限界効用関数の利子率 r に関する導関数は、

$$\begin{aligned} \partial U_e / \partial r = & (1-t)(1+r) \{w'(e)(1-e) - w(e)\} \times \\ & \{2u'(c_3) + (1+r)u''(c_3)s_2\} \\ & + (1-t)w'(e) \{u'(c_3) + u''(c_3)s_2(1+r+l)\} \end{aligned} \quad (33)$$

となる。

(33) 式を代表的個人の第3期の消費 c_3 に関する限界効用の弾力性 $\sigma(c_3)$ 、教育の賃金率弾力性 $\eta(e)$ を用いて整理すれば、

$$\begin{aligned} \partial U_e / \partial r = & (1-t)w'(e)u'(c_3) \left[\{(1-e) - e\eta(e)\} \times \right. \\ & \left. \{2(1+r) + \frac{s_2}{c_3}(1+r)\sigma(c_3)\} + \{1 - \frac{s_2}{c_3}(1+r+l)\sigma(c_3)\} \right] \end{aligned}$$

となる。

ここで、限界効用の弾力性 $\sigma(c_3)$ と教育の賃金率弾力性 $\eta(e)$ について、

$$(1-e) - e \eta(e) \geq 0 \iff \eta(e) \leq \frac{1-e}{e}$$

$$2(1+r) - \frac{(1+r)s_2}{c_3} \sigma(c_3) \geq 0 \iff \sigma(c_3) \leq \frac{2c_3}{s_2},$$

$$1 - \frac{(1+r+l)s_2}{c_3} \sigma(c_3) \geq 0 \iff \sigma(c_3) \leq \frac{c_3}{(1+r+l)s_2}$$

であることから、次の結論が得られる。

1) 限界効用の弾力性 $\sigma(c_3)$ が、

$$\sigma(c_3) = \frac{c_3}{(1+r+l)s_2}$$

かつ、教育の賃金率弾力性 $\eta(e)$ が、

$$\eta(e) = \frac{1-e}{e}$$

のとき、利子率 r の教育水準 \bar{e} に与える効果は、

$$d\bar{e}/dr=0$$

となる^{注8)}。すなわち、利子率 r の変化と教育水準 \bar{e} の変化は無関係である。

2) 限界効用の弾力性 $\sigma(c_3)$ と教育の賃金率弾力性 $\eta(e)$ について、

$$\eta(e) < \frac{1-e}{e} \text{ かつ、 } \sigma(c_3) < \frac{2c_3}{s_2}, \quad \sigma(c_3) < \frac{c_3}{(1+r+l)s_2}$$

または、

$$\eta(e) > \frac{1-e}{e} \text{ かつ、 } \sigma(c_3) > \frac{2c_3}{s_2}, \quad \sigma(c_3) > \frac{c_3}{(1+r+l)s_2}$$

のとき、利子率 r の教育水準 \bar{e} に与える効果は、

$$d\bar{e}/dr < 0$$

である。すなわち、利子率 r の変化と教育水準 \bar{e} の変化は反対方向である。

3) 限界効用の弾力性 $\sigma(c_3)$ と教育の賃金率弾力性 $\eta(e)$ について、

$$\eta(e) < \frac{1-e}{e} \text{ かつ、 } \sigma(c_3) > \frac{2c_3}{s_2}, \quad \sigma(c_3) > \frac{c_3}{(1+r+l)s_2}$$

または、

$$\eta(e) > \frac{1-e}{e} \text{ かつ、 } \sigma(c_3) < \frac{2c_3}{s_2}, \quad \sigma(c_3) > \frac{c_3}{(1+r+l)s_2}$$

のとき、利子率 r の教育水準 \bar{e} に与える効果は、

$$d\bar{e}/dr > 0$$

となる。すなわち、利子率 r の変化と教育水準 \bar{e} の変化は同方向である。

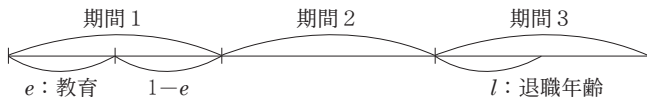
結び

以上の分析において、設定されたモデルは、代表的個人を想定した3期間のライフサイクルモデルである。経済では、利子率は正で人口成長率はゼロである。代表的個人は効用を最大化するように、第1期と第2期の貯蓄、教育水準、退職年齢を決定する。得られた最大化の条件式を、消費に関する限界効用の弾力性、教育の賃金率弾力性を用い、最適な教育水準、退職年齢と税率、利子率の相互関係を分析した。分析を容易にするために、いくつかの仮定を置いたが、税率についても共通税率に簡略化した。この点の改善については、将来の課題とする。

[注]

注1) J. M. Lozachmeur [4] では、利子率、人口成長率は、ともにゼロと仮定している。

注2)



注3) ここで、 $w'(e)$ は賃金率関数 $w(e)$ の1次の導関数、 $w''(e)$ は2次の導関数である。

注4) ここで、 $u'(\cdot)$ 、 $v'(\cdot)$ は、それぞれ効用関数 $u(\cdot)$ 、 $v(\cdot)$ の1次の導関数、 $u''(\cdot)$ 、 $v''(\cdot)$ は2次の導関数である。

注5) ここで、 $\sigma(c_i)$ について、さらに変形すれば、

$$\begin{aligned}\sigma(c_i) &= -c_i u''(c_i) / u'(c_i) \\ &= -\Delta u'(c_i) / u'(c_i) / \Delta c_i / c_i\end{aligned}$$

となる。

注6) 教育の賃金率弾力性 $\eta = \Delta e / e / \Delta w / w$ とすると、 $w(e) / w'(e) = \eta e$ である。

注7) 陰関数定理により、 $de/dl = -\partial U_e / \partial l / U_{ee}$ が成立する。

注8) 陰関数定理により、 $de/dr = -\partial U_e / \partial r / \partial U_e / \partial l$ である。

参考文献

- [1] Akerlof, G. A., "The Economics of Tagging as Applied to The Optimal Income Tax, Welfare Programs, and Man Power Planning," *American Economic Review*, vol.68, 1978.
- [2] Cremer, H., J. M. Lozachmeur, and P. Pestieau, "Social Security, Retirement Age and Optimal Taxation," *Journal of Public Economics*, vol.88, 2004.
- [3] Erosa, A., and M. Gervais, "Optimal Taxation in Life-Cycle Economies," *Journal of Economic Theory*, vol.105, 2002.
- [4] Lozachmeur, J. M., "Optimal Age-Specific Income Taxation," *Journal of Public Economic Theory*, vol.8, 2006.
- [5] Mirrlees, J. A., "An Exploration in The Theory of Optimum Income Taxation," *Review of Economic Studies*, vol.38, 1971.

