「政府支出の世代間配分と最適課税」

緒　方　　　隆

要　旨

本稿は異なる年齢層に対して異なる便益をもたらす、財、サービスの公的供給の下での、最適課税の問題を検討する。経済には、２つの階層が存在する。１つの階層は、若者のときは正規労働に従事し、老人になると資本を所有する。他の階層は、若者のときは非正規労働に従事し、さらに老人になっても非正規労働に従事する。以下、本稿においては、K.Iqbal and S.T.Turnovsky［５］のモデルに基づき、これを拡張したモデルを用いた。

キーワード

公共支出、最適課税、若者世代、老人世代、正規労働、非正規労働

目　次

序

政府の公共支出の配分は、若者世代に対するよりも、老人世代の方が多い。公共支出の配分の偏りは、社会的に最適であろうか。あるには、社会的に望ましいであろうか。公共支出の配分に関して、租税政策、また最適課税構造は、どのようであるべきであろうか。

本稿は異なる年齢層に対して異なる便益をもたらす、財、サービスの公的供給の下での、最適課税の問題を検討する。この問題は、A.Erosa and M. Gervais［4］においても、ライフ・サイクル経済における最適課税の問題として検討されている。しかしながら、公共支出よりも、最適課税の方に重点が置かれている。異なる階層への公共支出の配分は重要な問題であるにもかかわらず、従来、検討が疎かにされて来た分野である。もっとも、世代会計と呼ばれる分野においては、A.J.Auerbach,J.Gokhale and L.J.Kotlikoff［2］が、この問題を取扱っている。また、公共資源をめぐる異なる階層の間の競争としての配分過程を検討したものとして、G.Tabellini［7］がある。

本稿では、公共支出の配分の経済的帰結、すなわち、ライフ・サイクル経済における、公共財の最適供給の下での最適課税の問題を検討する。各階層への特定化された公共財の供給と租税政策の関係に注目する。経済モデルとして、２期間重複世代モデルが採用される。公共支出は、２つの階層の効用を増加させるので、個人の消費支出と労働供給の決定に影響を与える。政府は課税により、あるいは、債券を発行することにより、公共支出のための資金を調達する。経済には、２つの階層が存在する。１つの階層は、若者のときは正規労働に従事し、老人になると資本を所有する。他の階層は、若者のときは非正規労働に従事し、さらに、老人になっても非正規労働に従事する。以下、本稿においては、K.Iqbal and S.T.Turnovsky［5］のモデルに基づき、これを拡張した。

第１章はモデルの設定である。第２章では、中央計画経済と分権経済の２つの経済において、モデルが展開される。第３章では、定常状態の経済におい

て、政府支出が所与のときと、最適のときの２つの場合に分けて、問題が分析される。

Ⅰ．モデルの設定

経済では、各個人が２期間生存する重複世代モデルが想定される。時点tにおいて、若者と老人の２つの集団が存在する。集団は、それぞれ２つのタイプに分かれる。１つはタイプFで、他の１つはタイプPである。タイプFは若者のときは正規労働に従事し、老人になると資本を所有し、資本から得られる利子で生活する。タイプPは、若者のときは非正規労働に従事し、老人になっても資本を持たないので、同様に、非正規労働に従事する。

若者の効用関数U^1は、タイプF、タイプPについて同一であり、老人の効用関数U^2も、同様にタイプF、タイプPについて同一である。若者にも老人にも１単位の時間が与えられており、その中から、各個人は労働供給を行う。時点tにおける、タイプFの若者の労働供給は、$0<\ell_{1t}^F<1$、タイプPの若者の労働供給は、$0<\ell_{1t}^P<1$、さらにタイプPの老人の労働供給は、$0<\ell_{2t}^P<1$である。各タイプの個人の賃金率は、$w_{1t}^F, w_{1t}^P, w_{2t}^P$であり、それぞれ、税率$\tau_1^{Fw}$, τ_1^{Pw}, τ_2^{Pw}で課税される。タイプFの老人が所有している、時点tにおける資本の収益率はr_tであり、税率τ^kで課税される。

⑴　企業

企業は、生産関数、

$$Y_t=F(k_t,\ \ell_{1t}^F,\ \ell_{1t}^P,\ \ell_{2t}^P) \qquad (1-1)$$

を持つ。

Y_tは生産物、k_tはタイプFの老人が所有する資本、ℓ_{1t}^F, ℓ_{1t}^P, ℓ_{2t}^Pは、タイプFの若者の正規労働、タイプPの若者の非正規労働、さらに、タイプPの老人の非正規労働である。

資本の収益率 r_t、労働の賃金率 $w^F_{1t}, w^P_{1t}, w^P_{2t}$ は、資本と労働の限界生産物に等しい。すなわち、

$$
\begin{cases}
r_t = F_{kt}(k_t,\ \ell^F_{1t},\ \ell^P_{1t},\ \ell^P_{2t}) & (1-2) \\
w^F_{1t} = F_{\ell^F_{1t}}(k_t,\ \ell^F_{1t},\ \ell^P_{1t},\ \ell^P_{2t}) & (1-3) \\
w^P_{1t} = F_{\ell^F_{1t}}(k_t,\ \ell^F_{1t},\ \ell^P_{1t},\ \ell^P_{2t}) & (1-4) \\
w^P_{2t} = F_{\ell^F_{1t}}(k_t,\ \ell^F_{1t},\ \ell^P_{1t},\ \ell^P_{2t}) & (1-5)
\end{cases}
$$

である。

⑵　家計

t 期に生まれた個人は、$t+1$ 期まで、２期間生存する。タイプ F の集団に属する個人は、t 期において、労働所得 $w^F_{1t}\,\ell^F_{1t}$ を得るが、税率 τ^{Fw}_{1t} で課税される。税引き後の所得で個人は資本 k_{t+1}、政府債 B_{t+1} を購入し、残りを消費 C^F_{1t} に使用する。消費 C^F_{1t} は、タイプ F とタイプ P に共通の税率 τ^k_{t+1} で課税される。タイプ P の集団に属する個人は t 期において労働所得 $w^P_{1t}\,\ell^P_{1t}$ を得るが、これは税率 τ^{Pw}_{1t} で課税される。残りの所得を消費 C^P_{1t} に使用するが、これは共通税率 τ^c_1 で課税される。

t 期に生まれた個人が老人となる $t+1$ 期において、タイプ F の集団に属する個人は、t 期において取得した資本 k_{t+1}、債券 B_{t+1} の収益 r_{t+1} から、税率 τ^k_{t+1} での課税後の所得を消費 $C^F_{2,t+1}$ に使用する。消費 $C^F_{2,t+1}$ は共通の税率 τ^c_{t+1} で課税される。タイプ P の集団に属する個人は t 期における蓄積がないので、非正規労働に従事し、所得 $w^p_{2,t+1}$，$\ell^P_{2,t+1}$ を得る。これは税率 $\tau^P_{2,t+1}$ で課税され、課税後の所得を消費 $C^P_{2,t+1}$ に使用する。消費 $C^P_{2,t+1}$ は共通税率 τ^c_{t+1} で課税される。

政府は t 期において、家計に対して２種類の公共財を供給する。１つは若者向け公共財 G_{1t} であり、他の１つは老人向け公共財 G_{2t} である。

タイプ F の集団とタイプ P の集団の比率を以下において、$\alpha:1-\alpha$（ただし、$0<\alpha<1$ である）とする。

各個人は、t 期、$t+1$ 期における制約条件のもとで、以下に定義される社会

的厚生関数 W_t を最大化するように、t 期と $t+1$ 期における消費と労働を選択する。

社会的厚生関数 W_t は、

$$W_t \equiv \alpha U^1(C^F_{1t},\ \ell^F_{1t},\ G_{1t}) + (1-\alpha)U^1(C^P_{1t},\ \ell^P_{1t},\ G_{1t}) + \beta\{\alpha U^2(C^F_{2,t+1},\ G_{2,t+1}) + (1-\alpha)U^2(C^P_{2,t+1},\ \ell^P_{2,t+1},\ G_{2t})\} \qquad (1-6)$$

である。ただし、$0<\beta<1$ である。

タイプＦの集団の個人の t 期における制約条件は、

$$(1+\tau^c_t)C^F_{1t} + k_{t+1} + B_{t+1} = w^F_{1t}\ell^F_{1t}(1-\tau^{Fw}_{1t}) \qquad (1-7)$$

であり、

$t+1$ 期における制約条件は、

$$(1+\tau^c_{t+1})C^F_{2,t+1} = (k_{t+1}+B_{t+1})\{1+r_{t+1}(1-\tau^k_{t+1})\} \qquad (1-8)$$

である。

タイプ P の集団の個人の t 期における制約条件は、

$$(1+\tau^c_t)C^P_{1t} = w^P_{1t}\ell^P_{1t}(1-\tau^{Pw}_{1t}) \qquad (1-9)$$

であり、

$t+1$ 期における制約条件は、

$$(1+\tau^c_{t+1})C^P_{2,t+1} = w^P_{2,t+1}\ell^P_{2,t+1}(1-\tau^{Pw}_{2,t+1}) \qquad (1-10)$$

である。

各個人の消費の限界効用は正、($U^i_{ci}>0$; $i=1,\ 2$)、労働の限界効用は負 ($U^i_{\ell i}<0$; $i=1, 2$)、公共財の限界効用は正 ($U^i_{Gi}>0$; $i=1, 2$) と仮定する。

各個人は、所与の政府支出と（１－７）式～（１－10）式の条件のもとで、（１－６）式を消費と労働に関して最大化する。

ラグランジュ関数 $\mathcal{L}$ を求めると、

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_t \equiv [\{&\alpha U^1(1+C^F_{1t},\ \ell^F_{1t},\ G_{1t}) + (1-\alpha)U^1(C^P_{1t},\ \ell^P_{1t},\ G_{1t}) \\ &+ \beta\{\alpha U^2(C^F_{2,t+1},\ G_{2,t+1}) + (1-\alpha)U^2(C^P_{2,t+1},\ \ell^P_{2,t+1},\ G_{2t})\}] \\ &+ \alpha\lambda^F_1\{(1+\tau^c_t)C^F_{1t} + k_{t+1} + B_{t+1} - w^F_{1t}\ell^F_{1t}(1-\tau^{Fw}_{1t})\} \\ &+ (1-\alpha)\lambda^P_1\{(1+\tau^c_t)C^P_{1t} - w^P_{1t}\ell^P_{1t}(1-\tau^{Pw}_{1t})\}\end{aligned}$$

$$+\alpha\lambda_2^F\{(1+\tau_{t+1}^c)C_{2,t+1}^F-(k_{t+1}+B_{t+1})\{(1+r_{t+1}(1-\tau_{t+1}^k)\}$$
$$+(1-\alpha)\lambda_2^P\{(1+\tau_{t+1}^c)C_{2,t+1}^P-w_{2,t+1}^P\ell_{2,t+1}^2(1-\tau_{2,t+1}^{Pw})\} \qquad (1-11)$$

となる。ここで、λ_1^F, λ_1^P, λ_2^F, λ_2^Pはラグランジュ乗数である。

（1－11）式から、t期の消費に関して、

$$\begin{cases}\alpha\dfrac{\partial U^1}{\partial C_{1t}^F}+\alpha\lambda_1^F(1+\tau_t^c)=0 & (1-12)\\[2ex] (1-\alpha)\dfrac{\partial U^1}{\partial C_{1t}^P}+(1-\alpha)\lambda_1^P(1+\tau_t^c)=0 & (1-13)\end{cases}$$

$t+1$期の消費に関して、

$$\begin{cases}\beta\alpha\dfrac{\partial U^2}{\partial C_{2,t+1}^F}+\alpha\lambda_2^F(1+\tau_{t+1}^c)=0 & (1-14)\\[2ex] \beta(1-\alpha)\dfrac{\partial U^2}{\partial C_{2,t+1}^P}+(1-\alpha)\lambda_2^P(1+\tau_{t+1}^c)=0 & (1-15)\end{cases}$$

t期の労働に関して、

$$\begin{cases}\alpha\dfrac{\partial U^1}{\partial \ell_{1t}^F}-\alpha\lambda_1^F w_{1t}^F(1-\tau_{1t}^{Fw})=0 & (1-16)\\[2ex] (1-\alpha)\dfrac{\partial U^1}{\partial \ell_{1t}^P}-(1-\alpha)\lambda_1^P w_{1t}^P(1-\tau_{1t}^{Pw})=0 & (1-17)\end{cases}$$

$t+1$期の資本、労働に関して、

$$\begin{cases}\alpha\lambda_1^F-\alpha\lambda_2^F\{1+r_{t+1}(1-\tau_{t+1}^k)\}=0 & (1-18)\\[2ex] \beta(1-\alpha)\dfrac{\partial U^2}{\partial \ell_{2,t+1}^P}-(1-\alpha)\lambda_2^P w_{2,t+1}^P(1-\tau_{2,t+1}^{Pw})=0 & (1-19)\end{cases}$$

が、それぞれ成立する。

（1－12）式～（1－19）式より、

$$-\frac{\dfrac{\partial U^1}{\partial \ell_{1t}^F}}{\dfrac{\partial U^1}{\partial C_{1t}^F}}=\frac{w_{1t}^F(1-\tau_{1t}^{Fw})}{1+\tau_t^c} \qquad (1-20)$$

$$-\frac{\dfrac{\partial U^1}{\partial \ell_{1t}^P}}{\dfrac{\partial U^1}{\partial C_{1t}^P}}=\frac{w_{1t}^P(1-\tau_{1t}^{Pw})}{1+\tau_t^c} \qquad (1-21)$$

$$-\frac{\lambda_1^F}{\beta\dfrac{\partial U^2}{\partial C_{2,t+1}^F}}=\frac{\{(1+r_{t+1}(1-\tau_{t+1}^k)\}}{1+\tau_{t+1}^c} \qquad (1-22)$$

$$-\frac{\dfrac{\partial U^2}{\partial \ell_{2,t+1}^P}}{\dfrac{\partial U^2}{\partial C_{2,t+1}^P}}=\frac{w_{2,t+1}^P(1-\tau_{2,t+1}^{Pw})}{1+\tau_{t+1}^c} \qquad (1-23)$$

が成立する。

（１－20）式の左辺は、タイプFに関するt期の労働の限界効用と消費の限界効用の比、すなわち、消費と労働の限界代替率であり、右辺は消費税を考慮した場合のタイプFに関するt期の税引後賃金である。（１－21）式の左辺はタイプＰに関するt期の労働の限界効用と消費の限界効用の比、すなわち、消費と労働の限界代替率であり、右辺は消費税を考慮した場合のタイプPに関するt期の税引後賃金である。

（１－22）式の右辺は、消費税を考慮した場合のt期の税引後の資産の収益率である。（１－23）式の左辺はタイプPに関する$t+1$期の労働の限界効用と消費の限界効用の比、すなわち、消費と労働の限界代替率であり、右辺は、消費税を考慮した場合のタイプPに関する$t+1$期の税引後賃金である。

⑶　政府

政府は、予算制約の下で支出を行う。予算制約式は、

$$\begin{aligned}B_{t+1}=&(1+r_t)B_t+G_{1,t}+G_{2,t}\\&-\tau_{1t}^{Fw}w_{1t}^F\ell_{1t}^F-\tau_{1t}^{Pw}w_{1t}^P\ell_{1t}^P-\tau_{2t}^{Pw}w_{2t}^P\ell_{2t}^P\\&-\tau_t^c(C_{1t}^F+C_{1t}^P+C_{2t}^F+C_{2t}^P)-\tau_t^k r_t(k_t+B_t)\end{aligned} \qquad (1-24)$$

である。

政府は債券B_{t+1}を発行するが、それは、前期の債券の元利支払と、若者と老人への公共財への支出に対する税収、すなわち、賃金税、消費税と資産所得税の合計との間の不均衡是正のための資金調達である。

若者と老人向け公共財への政府支出G_{1t}, G_{2t}と総生産Y_tの間に、次の関係があると仮定する。

すなわち、

$$G_{1t}=g_{1t}Y_t \quad ; \quad G_{2t}=g_{2t}Y_t \tag{1－25}$$

である。ただし、g_{1t}, g_{2t}は定数である。$(0<g_{1t}, g_{2t}<1)$

t期における、タイプFの集団の個人と、タイプPの集団の個人の予算制約式（1－24）式を合計すれば、経済全体の資源制約式が得られる。

すなわち、

$$k_{t+1}-k_t=F(k_t, \ell_{1t}^F, \ell_{1t}^P, \ell_{2t}^P) -(C_{1t}^F+C_{1t}^P)-(C_{2t}^F+C_{2t}^P)-(G_{1t}+G_{2t}) \tag{1－26}$$

あるいは、

$$k_{t+1}-k_t=(1-g_{1t}-g_{2t})F(k_t, \ell_{1t}^F, \ell_{1t}^P, \ell_{2t}^P) -(C_{1t}^F+C_{1t}^P)-(C_{2t}^F+C_{2t}^P) \tag{1－27}$$

である。

Ⅱ．中央計画経済と分権経済

⑴　中央計画経済

中央計画当局が直接的に資源を統制するときの定常状態での最適解を求める。社会厚生はタイプFとタイプPの集団の生涯厚生を割引いて合計したものである。

すなわち、

$$\delta^{-1}(\alpha U_0^2+(1-\alpha)U_0^2)+\sum_{t=0}^{\infty}\delta^t W_t \tag{2－1}$$

である。

ここで、$\delta\ (0<\delta<1)$は、世代間の割引率、W_tはt期に生まれた世代の異時的厚生、U_0^2は、計画視界に先立って生まれた世代の２期における効用である。割引率δは外生的である。割引率δは１よりも小であるので、後続世代の割引率ほど小さくなることになる。

中央計画当局は、条件式（1－27）式の下で、（2－1）式を、$C_{1t}^F, C_{1t}^P, C_{2t}^F,$

C^P_{2t}, ℓ^F_{1t}, ℓ^P_{2t}, k_t, g_{1t}, g_{2t} に関して最大化する。

（２－１）式は、

$$
\begin{aligned}
&\delta^{-1}(\alpha U^2_0+(1-\alpha)U^2_0)+\sum_{t=0}^{\infty}\delta^t W_t=\delta^{-1}(\alpha U^2_0+(1-\alpha)U^2_0)\\
&\quad+\sum_{t=0}^{\infty}\delta^t[\{\alpha U^1(C^F_{1t},\ \ell^F_{1t},G_{1t})+(1-\alpha)U^1(C^P_{1t},\ \ell^P_{1t},G_{1t})\}\\
&\quad+\beta\{\alpha U^2(C^F_{2,t+1},G_{2,t+1})+(1-\alpha)U^2(C^P_{2,t+1},\ \ell^P_{2,t+1},G_{2t})\}] \qquad (2-2)
\end{aligned}
$$

となる。

ラグランジュ関数$\mathscr{L}$は、

$$
\begin{aligned}
\mathscr{L}_t=&\ \delta^{-1}(\alpha U^2_0+(1-\alpha)U^2_0)\\
&+\sum_{t=0}^{\infty}\delta^t[\{\alpha U^1(C^F_{1t},\ \ell^F_{1t},G_{1t})+(1-\alpha)U^1(C^P_{1t},\ \ell^P_{1t},G_{1t})\}\\
&+\beta\{\alpha U^2(C^F_{2,t+1},G_{2,t+1})+(1-\alpha)U^2(C^P_{2,t+1},\ \ell^P_{2,t+1},G_{2t})\}]\\
&-\sum_{t=0}^{\infty}\lambda_t[(k_{t+1}-k_t)-\{F(k_t,\ell^F_{1t},\ \ell^P_{1t},\ \ell^P_{2t})\\
&-(\alpha C^F_{1t}+(1-\alpha)C^P_{1t})-(\alpha C^F_{2t}+(1-\alpha)C^P_{2t})-(G_{1t}+G_{2t})\}] \qquad (2-3)
\end{aligned}
$$

となる。

したがって、定常状態での最適条件は、以下の条件式で表現される。

$$\alpha\frac{\partial U^1(\tilde{C}^F_1,\ \tilde{\ell}^F_1,G_1)}{\partial C^F_1}=\alpha\tilde{\phi} \qquad (2-4)$$

$$(1-\alpha)\frac{\partial U^1(\tilde{C}^P_1,\ \tilde{\ell}^P_1,G_1)}{\partial C^P_1}=(1-\alpha)\tilde{\phi} \qquad (2-5)$$

$$
\begin{cases}
\beta\alpha\dfrac{\partial U^2(\tilde{C}^F_2,G_2)}{\partial C^F_2}=\alpha\tilde{\phi} & (2-6)\\[2ex]
\beta(1-\alpha)\dfrac{\partial U^2(\tilde{C}^P_2,\ \tilde{\ell}^P_2,G_2)}{\partial C^P_2}=(1-\alpha)\tilde{\phi} & (2-7)
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
-\alpha\dfrac{\partial U^1(\tilde{C}^F_1,\ \tilde{\ell}^F_1,G_1)}{\partial \ell^F_1}=\alpha\tilde{\phi}\dfrac{\partial F(\tilde{k}_1,\tilde{\ell}^F_1,\ \tilde{\ell}^P_1,\ \tilde{\ell}^P_2)}{\partial \ell^F_1} & (2-8)\\[2ex]
-(1-\alpha)\dfrac{\partial U^1(\tilde{C}^P_1,\ \tilde{\ell}^P_1,G_1)}{\partial \ell^P_1}=(1-\alpha)\tilde{\phi}\dfrac{\partial F(\tilde{k}_1,\ \tilde{\ell}^F_1,\ \tilde{\ell}^P_1,\ \tilde{\ell}^P_2)}{\partial \ell^P_1} & (2-9)\\[2ex]
-\dfrac{\beta}{\delta}(1-\alpha)\dfrac{\partial U^2(\tilde{C}^P_2,\ \tilde{\ell}^P_2,G_2)}{\partial \ell^P_2}=(1-\alpha)\tilde{\phi}\dfrac{\partial F(\tilde{k}_1,\ \tilde{\ell}^F_1,\ \tilde{\ell}^P_1,\ \tilde{\ell}^P_2)}{\partial \ell^P_2} & (2-10)
\end{cases}
$$

$$F_k(\tilde{k},\ \tilde{\ell}^F_1,\ \tilde{\ell}^P_1,\ \tilde{\ell}^P_2)=\frac{1-\delta}{\delta} \qquad (2-11)$$

$$F_k(\tilde{k},\ \tilde{\ell}_1^F,\ \tilde{\ell}_1^P,\ \tilde{\ell}_2^P)=\{\alpha\tilde{C}_1^F+(1-\alpha)\tilde{C}_1^P\}$$
$$+\{\alpha\tilde{C}_2^F+(1-\alpha)\tilde{C}_2^P\}+(G_1+G_2) \qquad (2-12)$$

$$\begin{cases} G_1=g_1F(\tilde{k},\ \tilde{\ell}_1^F,\ \tilde{\ell}_1^P,\ \tilde{\ell}_2^P) & (2-13) \\ G_2=g_2F(\tilde{k},\ \tilde{\ell}_1^F,\ \tilde{\ell}_1^P,\ \tilde{\ell}_2^P) & (2-14) \end{cases}$$

$$\alpha\frac{\partial U^1}{\partial G^1}+(1-\alpha)\frac{\partial U^1}{\partial G^1}=\tilde{\phi} \qquad (2-15)$$

$$\frac{\beta}{\delta}\left\{\alpha\frac{\partial U^2}{\partial G_2}+(1-\alpha)\frac{\partial U^2}{\partial G_2}\right\}=\tilde{\phi} \qquad (2-16)$$

ただし、$\tilde{\phi}$は経済全体の資源制約に関する影の価値（shadow value）である。

（２－４）式～（２－14）式は、２種類の公共財の政府支出の比率g_1, g_2を所与とするとき、定常値$\tilde{C}_1^F, \tilde{C}_1^P, \tilde{C}_2^F, \tilde{C}_2^P, \tilde{\ell}_1^F, \tilde{\ell}_1^P, \tilde{\ell}_2^P, \tilde{k}, \tilde{\phi}, \tilde{G}_1, \tilde{G}_2$を決定する。（２－15）式と（２－16）式は、２種類の公共財への政府支出の最適比率g_1, g_2を決定する。

（２－４）式～（２－７）式と（２－15）式、（２－16）式は消費または公共財の限界効用と影の価値の等価関係を表す。（２－８）式～（２－10）式は労働の限界不効用と労働の限界生産力、および影の価値との関係を表わしている。（２－11）式は資本の限界生産力に関する式であり、（２－12）式は総生産物が消費と政府支出に使用されることを意味している。

⑵　分権経済

ここでは、分権経済における政府支出と資金調達の最適化を検討する。もし、財政当局にとって租税手段として、一括定額税を採用することが可能であれば、これを用いて、中央計画当局は、前節における最適解を達成できることとなる。ここでは、一括定額税の採用は不可能であると仮定する。

中央計画当局としての政府の役割は、分権経済における各個人の最適選択という制約条件の下での、最適配分の達成である。

まず、タイプFとタイプPの、それぞれの集団に属する個人の予算制約についてみてみる。

タイプFの集団に属する個人のt期の予算制約は、

$$(1+\tau_t^c)\,C_{1,t}^F+k_{t+1}+B_{t+1}=w_{1t}^F\,\ell_{1t}^F\,(1-\tau_{1t}^{Fw}) \qquad (2-17)$$

となり、

$t+1$期の予算制約は、

$$(1+\tau_{t+1}^c)\,C_{2,t+1}^F=(k_{t+1}+B_{t+1})\,\{1+r_{t+1}\,(1-\tau_{t+1}^k)\} \qquad (2-18)$$

である。

（２－17）式と（２－18）式を統合し、整理すると、

$$\{1+r_{t+1}\,(1-\tau_{t+1}^k)\}\,(1+\tau_t^c)\,C_{1t}^F+(1+\tau_{t+1}^c)\,C_{2,t+1}^F$$

$$=w_{1t}^F\,\ell_{1t}^F\,(1-\tau_{1t}^{Fw})\,\{1+r_{t+1}\,(1-\tau_{t+1}^k)\} \qquad (2-19)$$

となる。

さらに変形すると、

$$\frac{\{1+r_{t+1}\,(1-\tau_{t+1}^k)\}\,(1+\tau_t^c)}{1+\tau_{t+1}^c}C_{1t}^F+C_{2,t+1}^F$$

$$=\frac{w_{1t}^F\,\ell_{1t}^F\,(1-\tau_{1t}^{Fw})\,\{1+r_{t+1}\,(1-\tau_{t+1}^k)\}}{1+\tau_{t+1}^c} \qquad (2-20)$$

が得られる。

タイプPの集団に属する個人のt期の予算制約は、

$$(1+\tau_t^c)\,C_{1t}^P=w_{1t}^P\,\ell_{1t}^P\,(1-\tau_{1t}^{Pw}) \qquad (2-21)$$

であり、

$t+1$期の予算制約は、

$$(1+\tau_{t+1}^c)\,C_{2,t+1}^p=w_{2,t+1}^P\,\ell_{2,t+1}^P\,(1-\tau_{2,t+1}^{Pw})\} \qquad (2-22)$$

となる。

（２－21）式と（２－22）式を変形すると、

$$C_{1t}^p=\frac{\ell_{1t}^P\,w_{1t}^P\,(1-\tau_{1t}^{Pw})}{1+\tau^c} \qquad (2-23)$$

$$C_{2,t+1}^p=\frac{\ell_{2,t+1}^P\,w_{2,t+1}^P\,(1-\tau_{2,t+1}^{Pw})}{1+\tau_{t+1}^c} \qquad (2-24)$$

が得られる。

タイプFの集団に属する個人の予算制約（２－20）式について、（１－12),

（1 −14），（1 −16），（1 −18）の式を考慮すれば、制約条件、

$$\left(C^F_{1t}\frac{\partial U^1}{\partial C^F_{1t}}+\ell^F_{1t}\frac{\partial U^1}{\partial \ell^F_{1t}}\right)+\beta C^F_{2,t+1}\frac{\partial U^2}{\partial C^F_{2,t+1}}=0 \qquad (2-25)$$

が得られる。

タイプPの集団に属する個人の予算制約式（2 −23）式と（2 −24）式から、制約条件、

$$\begin{cases} C^P_{1t}\dfrac{\partial U^1}{\partial C^P_{1t}}+\ell^P_{1t}\dfrac{\partial U^1}{\partial \ell^P_{1t}}=0 & (2-26) \\ C^P_{2,t+1}\dfrac{\partial U^2}{\partial C^P_{2,t+1}}+\ell^P_{2,t+1}\dfrac{\partial U^2}{\partial \ell^P_{2,t+1}}=0 & (2-27) \end{cases}$$

が得られる。

制約条件（2 −25），（2 −26），（2 −27）式を含む擬厚生関数W_t'を定義すると、

$$\begin{aligned} W_t' \equiv\ & \alpha U^1(C^F_{1t},\ \ell^F_{1t},\ G_{1t})+(1-\alpha)\,U^1(C^P_{1t},\ \ell^P_{1t},\ G_{1t}) \\ & +\beta\{\alpha U^2(C^F_{2,t+1},\ G_{2,t+1})+(1-\alpha)\,U^2(C^P_{2,t+1},\ \ell^P_{2,t+1},\ G_{2,t+1})\} \\ & +\lambda^F_t\,\alpha\left\{\left(C^F_{1t}\frac{\partial U^1}{\partial C^F_{1t}}+\ell^F_{1t}\frac{\partial U^1}{\partial \ell^F_{1t}}\right)+\beta C^F_{2,t+1}\frac{\partial U^2}{\partial C^F_{2,t+1}}\right\} \\ & +\lambda^{P1}_t(1-\alpha)\left\{C^P_{1t}\frac{\partial U^1}{\partial C^P_{1t}}+\ell^P_{1t}\frac{\partial U^1}{\partial \ell^P_{1t}}\right\} \\ & +\lambda^{p2}_t(1-\alpha)\beta\left\{C^P_{2,t+1}\frac{\partial U^2}{\partial C^P_{2,t+1}}+\ell^p_{2,t+1}\frac{\partial U^2}{\partial \ell^P_{2,t+1}}\right\} \qquad (2-28) \end{aligned}$$

となる。ただし、λ^F_t, λ^{P1}_t, λ^{P2}_tはラグランジュ乗数である。

中央計画当局にとっての条件付最適化問題は、

$$\begin{aligned} & M_{ax}\ \delta^{-1}\{\alpha U^2(C^F_{2,0},\ G_{2,0})+(1-\alpha)\,U^2(C^P_{2,0},\ \ell^P_{2,0},\ G_{2,0})\} \\ & \quad +\sum_{t=0}^{\infty}\delta^t W_t' \end{aligned}$$

subject to

$$\begin{aligned} k_{t+1}-k_t &= F(k_t,\ \ell^F_{1t},\ \ell^P_{1t},\ \ell^P_{2t}) \\ & \quad -\{\alpha C^F_{1t}+(1-\alpha)\,C^P_{1t}\}-\{\alpha C^F_{2t}+(1-\alpha)\,C^P_{2t}\}-(G_{1t}+G_{2t}) \\ &= (1-g_{1t}-g_{2t})\,F(k_t,\ \ell^F_{1t},\ \ell^P_{1t},\ \ell^P_{2t}) \\ & \quad -\{\alpha C^F_{1t}+(1-\alpha)\,C^P_{1t}\}-\{\alpha C^F_{2t}+(1-\alpha)\,C^P_{2t}\} \qquad (2-29) \end{aligned}$$

となる。

ラグランジュ関数を求めると、

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_t = & \ \delta^{-1}\{\alpha U^2(C^F_{2,0}, G_{2,0}) + (1-\alpha)U^2(C^P_{2,0},\ \ell^P_{2,0}, G_{2,0})\} \\
& + \sum_{t=0}^{\infty}\delta^t \Big[\alpha U^1(C^F_{1t},\ \ell^F_{1t}, G_{1t}) + (1-\alpha)U^1(C^P_{1t},\ \ell^P_{1t}, G_{1t})\} \\
& + \beta\{\alpha U^2(C^F_{2,t+1}, G_{2,t+1}) + (1-\alpha)U^2(C^P_{2,t+1},\ \ell^P_{2,t+1}, G_{2,t+1})\} \\
& + \lambda^F_t\,\alpha\left\{(C^F_{1t}\frac{\partial U^1}{\partial C^F_{1t}} + \ell^F_{1t}\frac{\partial U^1}{\partial \ell^F_{1t}}) + \beta C^F_{2,t+1}\frac{\partial U^2}{\partial C^F_{2,t+1}}\right\} \\
& + \lambda^{P1}_t(1-\alpha)\left\{C^P_{1t}\frac{\partial U^1}{\partial C^P_{1t}} + \ell^P_{1t}\frac{\partial U^1}{\partial \ell^P_{1t}}\right\} \\
& + \lambda^{P2}_t(1-\alpha)\ \beta\left\{C^P_{2,t+1}\frac{\partial U^2}{\partial C^P_{2,t+1}} + \ell^P_{2,t+1}\frac{\partial U^2}{\partial \ell^P_{2,t+1}}\right\}\Big] \\
& + \sum_{t=0}^{\infty}\mu_t\Big[k_{t+1} - k_t - \{F(k_t,\ \ell^F_{1t},\ \ell^P_{1t},\ \ell^P_{2t},) \\
& - \{\alpha C^F_{1t} + (1-\alpha)C^P_{1t}\} - \{\alpha C^F_{2t} + (1-\alpha)C^P_{2t}\} - (G_{1t} + G_{2t})\}\Big] \qquad (2-30)
\end{aligned}
$$

となる。

ｉ）所与の政府支出

若者向けと老人向けの２種類の公共財への支出比率 g_{1t}, g_{2t} が所与であるとして、条件付最適条件を求める。消費 $C^F_{1t}, C^P_{1t}, C^F_{2t}, C^P_{2t}$ 労働 $\ell^F_{1t}, \ell^P_{1t}, \ell^P_{2t}$ 資本 k_t に関する最適条件の式を求める。

$$\alpha\{1 + \lambda^F_t(1 + H^1_{C^F_{1t}})\}U^1_{C^F_{1t}} = \alpha\phi_t \qquad (2-31)$$

ただし、

$$H^1_{C^F_{1t}} \equiv \frac{C^F_{1t}U^1_{C^F_{1t},\,C^F_{1t}} + \ell^F_{1t}U^1_{\ell^F_{1t},\,C^F_{1t}}}{U^1_{C^F_{1t}}}$$

である。

$$(1-\alpha)\{1 + \lambda^{P1}_t(1 + H^1_{C^P_{1t}})\}U^1_{C^P_{1t}} = (1-\alpha)\ \phi_t \qquad (2-32)$$

ただし、

$$H^1_{C^P_{1t}} \equiv \frac{C^P_{1t}U^1_{C^F_{1t},\,C^F_{1t}} + \ell^P_{1t}U^1_{\ell^P_{1t},\,C^P_{1t}}}{U^1_{C^P_{1t}}}$$

である。

$$\alpha\frac{\beta}{\delta}\{1+\lambda_{t-1}^{F}(1+H_{C_{2t}^{F}}^{2F})\}U_{C_{2t}^{F}}^{2}=\alpha\phi_t \tag{2-33}$$

ただし、

$$H_{C_{2t}^{F}}^{2F}\equiv\frac{C_{2t}^{F}U_{C_{2t}^{F},C_{2t}^{F}}^{2}}{U_{C_{2t}^{F}}^{2}}$$

である。

$$(1-\alpha)\frac{\beta}{\delta}\{1+\lambda_{t-1}^{P2}(1+H_{C_{2t}^{P}}^{2})\}U_{C_{2t}^{P}}^{2}=(1-\alpha)\phi_t \tag{2-34}$$

ただし、

$$H_{C_{2t}^{P}}^{2P}\equiv\frac{C_{2t}^{P}U_{C_{2t}^{P},C_{2t}^{P}}^{2}+\ell_{2t}^{P}U_{\ell_{2t}^{P},C_{2t}^{P}}^{2}}{U_{C_{2t}^{P}}^{2}}$$

である。

$$\begin{aligned}
&\alpha\{1+\lambda_{t}^{F}(1+H_{\ell_{1t}^{F}}^{1})\}U_{\ell_{1t}^{F}}^{1}\\
&+g_{1t}F_{\ell_{1t}^{F}}\{\alpha(1+\lambda_{t}^{F}H_{G_{1t}}^{1F})U_{G_{1t}}^{1}+(1-\alpha)(1+\lambda_{t}^{P1}H_{G_{1t}}^{1P})U_{G_{1t}}^{1}\}\\
&+\frac{\beta}{\delta}g_{2t}F_{\ell_{1t}^{F}}\{\alpha(1+\lambda_{t-1}^{F}H_{G_{2t}}^{2F})U_{G_{2t}}^{2}\\
&+(1-\alpha)(1+\lambda_{t-1}^{P2}H_{G_{2t}}^{2P})U_{G_{2t}}^{2}\}=-\phi_t(1-g_{1t}-g_{2t})F_{\ell_{1t}^{F}}
\end{aligned} \tag{2-35}$$

ただし、

$$H_{\ell_{1t}^{F}}^{1}\equiv\frac{C_{1t}^{F}U_{C_{1t}^{F}\ell_{1t}^{F}}^{1}+\ell_{1t}^{F}U_{\ell_{1t}^{F}\ell_{1t}^{F}}^{1}}{U_{\ell_{1t}^{F}}^{1}}$$

$$H_{G_{1t}}^{1F}\equiv\frac{C_{1t}^{F}U_{C_{1t}^{F}G_{1t}}^{1}+\ell_{1t}^{F}U_{\ell_{1t}^{F}G_{1t}}^{1}}{U_{G_{1t}}^{1}}$$

$$H_{G_{1t}}^{1P}\equiv\frac{C_{1t}^{p}U_{C_{1t}^{p}G_{1t}}^{1}+\ell_{1t}^{p}U_{\ell_{1t}^{p}G_{1t}}^{1}}{U_{G_{1t}}^{1}}$$

$$H_{G_{2t}}^{2F}\equiv\frac{C_{2t}^{F}U_{C_{2t}^{F}G_{2t}}^{2}}{U_{G_{2t}}^{2}}$$

$$H_{G_{2t}}^{2P}\equiv\frac{C_{2t}^{P}U_{C_{2t}^{P}G_{2t}}^{2}+\ell_{2t}^{P}U_{\ell_{2t}^{P}G_{2t}}^{2}}{U_{G_{2t}}^{2}}$$

である。

$$(1-\alpha)\{1+\lambda_t^{P1}(1+H^1_{\ell^P_{1t}})\}U^1_{\ell^P_{1t}}$$

$$+g_{1t}F_{\ell^F_{1t}}\{\alpha(1+\lambda_t^F H^{1F}_{G_{1t}})U^1_{G_{1t}}+(1-\alpha)(1+\lambda_t^{P1}H^{1P}_{G_{1t}})U^1_{G_{1t}}\}$$

$$+\frac{\beta}{\delta}g_{2t}F_{\ell^P_{1t}}\{\alpha(1+\lambda^F_{t-1}H^{2F}_{G_{2t}})U^{2F}_{G_{2t}}+(1-\alpha)(1+\lambda^{P2}_{t-1}H^{2P}_{G_{2t}})U^2_{G_{2t}}\}$$

$$=-\phi_t(1-g_{1t}-g_{2t})F_{\ell^P_{1t}} \tag{2-36}$$

$$(1-\alpha)\frac{\beta}{\delta}\{1+(1+H^{2P}_{\ell^P_{2t}})\}U^2_{\ell^P_{2t}}$$

$$+g_{1t}F_{\ell^P_{2t}}\{\alpha(1+\lambda_t^F H^{1F}_{G_{1t}})U^1_{G_{1t}}+(1-\alpha)(1+\lambda_t^P H^{1P}_{G_{1t}})U^1_{G_{1t}}\}$$

$$+g_{2t}F_{\ell^P_{2t}}\frac{\beta}{\delta}\{\alpha(1+\lambda^F_{t-1}H^{1F}_{G_{2t}})U^2_{G_{2t}}+(1-\alpha)(1+\lambda^{P2}_{t-1}H^{2P}_{G_{2t}})U^2_{G_{2t}}\}$$

$$=-\phi_t(1-g_{1t}-g_{2t})F_{\ell^p_{2t}} \tag{2-37}$$

$$g_{1t}F_{kt}\{\alpha(1+\lambda_t^F H^{1F}_{G_{1t}})U^1_{G_{1t}}+(1-\alpha)(1+\lambda_t^{p1}H^{1p}_{G_{1t}})U^1_{G_{1t}}\}$$

$$+g_{2t}F_{kt}\frac{\beta}{\delta}\{\alpha(1+\lambda^F_{t-1}H^{2F}_{G_{2t}})U^2_{G_{2t}}+(1-\alpha)(1+\lambda_t^{P2}H^{2P}_{G_{2t}})U^2_{G_{2t}}\}$$

$$+\phi_t\{1+(1-g_{1t}-g_{2t})F_{kt}\}=\frac{\phi_{t-1}}{\delta} \tag{2-38}$$

ⅱ）最適政府支出

最適条件式（２−31）式～（２−38）式は、若者向けと老人向けの２種類の公共財への政府の支出比率g_1, g_2を所与と仮定していた。もし、政府の支出比率g_1, g_2を最適にするとすれば、次の２つの式が追加的に必要となる。

すなわち、

$$\alpha(1+\lambda_t^F H^{1F}_{G_{1t}})U^1_{G_{1t}}+(1-\alpha)(1+\lambda_t^{p1}H^{1P}_{G_{1t}})U^1_{G_{1t}}=\phi_t \tag{2-39}$$

$$\frac{\beta}{\delta}\{\alpha(1+\lambda_t^F H^{2F}_{G_{2t}})U^2_{G_{2t}}+(1-\alpha)(1+\lambda_t^{p2}H^{2P}_{G_{2t}})U^2_{G_{2t}}\}=\phi_t \tag{2-40}$$

である。

（２−31）式～（２−34）式と（２−39）式、（２−40）式とから、次の関係が成立することがわかる。

すなわち、

$$
\begin{aligned}
&\alpha\{1+\lambda_t^F(1+H^1_{C^F_{1t}})\}U^1_{C^F_{1t}}+(1-\alpha)\{1+\lambda_t^{P1}(1+H^1_{C^P_{1t}})\}U^1_{C^P_{1t}}\\
&=\alpha(1+\lambda_t^F H^{1F}_{G_{1t}})U^1_{G_{1t}}+(1-\alpha)(1+\lambda_t^{P1}H^{1P}_{G_{1t}})U^1_{G_{1t}}\\
&=\frac{\beta}{\delta}\left[\alpha\{1+\lambda_{t-1}^F(1+H^{2F}_{C^F_{2t}})\}U^2_{C^F_{2t}}+(1-\alpha)\{1+\lambda_{t-1}^{P2}(1+H^2_{C^P_{2t}})\}U^2_{C^P_{2t}}\right]\\
&=\frac{\beta}{\delta}\{\alpha(1+\lambda_t^F H^{2F}_{G_{2t}})U^2_{G_{2t}}+(1-\alpha)(1+\lambda_t^{P2}H^{2P}_{G_{2t}})U^2_{G_{2t}}\} \qquad (2-41)
\end{aligned}
$$

である。

Ⅲ．定常状態

資源制約式（1 −27）式、実行可能性制約式（2 −25)、(2 −26)、(2 −27）式は、(2 −31）〜（2 −38）式によって叙述される経済均衡は時間を伴っている。ここでは、長期の財政構造を検討するために経済の定常状態を想定する。

⑴　所与の政府支出

２種類の公共財への政府支出の比率 g_1, g_2 を所与とするときの、経済の定常状態における条件式を求める。

ｉ）最適配分

最適配分の条件式は次の通りである。

$$\alpha\{1+\lambda^F(1+H^{1F}_{C^F_1})\}U^1_{C^F_1}(\bar{C}^F_1,\ \bar{\ell}^F_1,G_1)=\alpha\bar{\phi} \qquad (3-1)$$

$$(1-\alpha)\{1+\lambda^{p1}(1+H^{1P}_{C^P_1})\}U^{1P}_{C^P_1}(\bar{C}^P_1,\ \bar{\ell}^P_1,G_1)=(1-\alpha)\bar{\phi} \qquad (3-2)$$

$$\alpha\frac{\beta}{\delta}\{1+(1+H^{2F}_{C^F_2})\}U^2_{C^F_2}(\bar{C}^F_2,G_2)=\alpha\bar{\phi} \qquad (3-3)$$

$$(1-\alpha)\frac{\beta}{\delta}\{1+\lambda^{P2}(1+H^{2P}_{C^P_2})\}U^2_{C^P_2}(\bar{C}^P_2,\ \bar{\ell}^P_2,G_2)=(1-\alpha)\bar{\phi} \qquad (3-4)$$

$$g_1F_{\ell^F_1}\Big[\alpha\{(1+\lambda^F H^{1F}_{G_1})U^1_{G_1}-(1+\lambda^F(1+H^{1F}_{C^F_1}))U^1_{C^F_1}\}$$

$$+\ (1-\alpha)\left\{(1+\lambda^{P1}H_{G_1}^{1P})\ U_{G_1}^{1}-(1+\lambda^{P1}\ (1+H_{C_1^P}^{1P}))\ U_{C_1^P}^{1P}\right\}\Bigg]$$

$$+\frac{\beta}{\delta}\ g_2F_{\ell_1^F}\Bigg[\ \alpha\left\{(1+\lambda^{F}H_{G_2}^{2F})\ U_{G_2}^{2}-(1+\lambda^{F}\ (1+H_{C_2^F}^{2F}))\ U_{C_2^F}^{2}\right\}$$

$$+\ (1-\alpha)\left\{(1+\lambda^{P2}H_{G_2}^{2P})\ U_{G_2}^{2}-(1+\lambda^{P2}\ (1+H_{C_2^P}^{2P}))\ U_{C_2^P}^{2P}\right\}\Bigg]$$

$$+\ \alpha\,\phi F_{\ell^F}=-\ \alpha\left\{1+\lambda^{F}\ (1+H_{\ell_1^F}^{1})\right\}\ U_{\ell_1^F}^{1} \qquad (3-5)$$

$$g_1F_{\ell_1^P}\Bigg[\ \alpha\left\{(1+\lambda^{F}H_{G_1}^{1F})\ U_{G_1}^{1}-(1+\lambda^{F}\ (1+H_{C_1^F}^{1F}))\ U_{C_1^F}^{1}\right\}$$

$$+\ (1-\alpha)\left\{(1+\lambda^{P1}H_{G_1}^{1P})\ U_{G_1}^{1}-(1+\lambda^{P1}\ (1+H_{C_1^P}^{1P}))\ U_{C_1^P}^{1P}\right\}\Bigg]$$

$$+\frac{\beta}{\delta}\ g_2F_{\ell_1^F}\Bigg[\ \alpha\left\{(1+\lambda^{F}H_{G_2}^{2F})\ U_{G_2}^{2}-(1+\lambda^{F}\ (1+H_{C_2^F}^{2F}))\ U_{C_2^F}^{2}\right\}$$

$$+\ (1-\alpha)\left\{(1+\lambda^{P2}H_{G_2}^{2P})\ U_{G_2}^{2}-(1+\lambda^{P2}\ (1+H_{C_2^P}^{2P}))\ U_{C_2^P}^{2P}\right\}\Bigg]$$

$$+\ (1-\alpha)\ \bar{\phi}F_{\ell_1^F}=-\ (1-\alpha)\left\{1+\lambda^{P1}\ (1+H_{\ell_1^F}^{1})\right\}\ U_{\ell_1^P}^{1} \qquad (3-6)$$

$$g_1F_{\ell_2^P}\Bigg[\ \alpha\left\{(1+\lambda^{F}H_{G_1}^{1F})\ U_{G_1}^{1}-(1+\lambda^{F}\ (1+H_{C_1^F}^{1F}))\ U_{C_1^F}^{1}\right\}$$

$$+\ (1-\alpha)\left\{(1+\lambda^{p1}H_{G_1}^{1p})\ U_{G_1}^{1}-(1+\lambda^{p1}\ (1+H_{C_1^p}^{1p}))\ U_{C_1^p}^{1p}\right\}\Bigg]$$

$$+\frac{\beta}{\delta}\ g_2F_{\ell_1^F}\Bigg[\ \alpha\left\{(1+\lambda^{F}H_{G_2}^{2F})\ U_{G_2}^{2}-(1+\lambda^{F}\ (1+H_{C_2^F}^{2F}))\ U_{C_2^F}^{2}\right\}$$

$$+\ (1-\alpha)\left\{(1+\lambda^{P2}H_{G_2}^{2P})\ U_{G_2}^{2}-(1+\lambda^{P2}\ (1+H_{C_2^P}^{2P}))\ U_{C_2^P}^{2P}\right\}\Bigg]$$

$$+\ (1-\alpha)\ \bar{\phi}\,F_{\ell_1^F}=-\frac{\beta}{\delta}\,(1-\alpha)\left\{1+\lambda^{P}\ (1+H_{\ell_2^P}^{2P})\right\}\ U_{\ell_2^P}^{2} \qquad (3-7)$$

$$g_1F_k\ \Bigg[\ \alpha\left\{(1+\lambda^{F}H_{G_1}^{1F})\ U_{G_1}^{1}-(1+\lambda^{F}\ (1+H_{C_1^F}^{1F}))\ U_{C_1^F}^{1}\right.$$

$$+\ (1-\alpha)\left\{(1+\lambda^{P1}H_{G_1}^{1P})\ U_{G_1}^{1}-(1+\lambda^{P1}\ (1+H_{C_1^P}^{1P}))\ U_{C_1^P}^{1P}\right\}\Bigg]$$

$$+g_2F_k\,\frac{\beta}{\delta}\Bigg[\ \alpha\left\{(1+\lambda^{F}H_{G_2}^{2F})\ U_{G_2}^{2}-(1+\lambda^{F}\ (1+H_{C_2^F}^{2F}))\ U_{C_2^F}^{2}\right\}$$

$$+\ (1-\alpha)\left\{(1+\lambda^{P2}H_{G_2}^{2P})\ U_{G_2}^{2}-(1+\lambda^{P2}\ (1+H_{C_2^P}^{2P}))\ U_{C_2^P}^{2P}\right\}\Bigg]$$

$$+\ \bar{\phi}F_k=\bar{\phi}\ (\frac{1-\delta}{\delta}) \qquad (3-8)$$

実行可能性制約は、

$$\bar{\lambda}\,[\{\alpha\,(C_1^F U^1_{C_1^F}+\ell_1^F U^1_{\ell_1^F})+(1-\alpha)\,(C_1^P U^1_{C_1^P}+\ell_1^P U^1_{\ell_1^P})\}$$

$$+\beta\,\{\alpha\,(C_2^F U^2_{C_2^F}+(1-\alpha)\,(C_2^P U^2_{C_2^P}+\ell_2^P U^2_{\ell_2^P})\}]=0 \qquad (3-9)$$

である。

財市場均衡の条件は、

$$F(k,\ \ell_1^F,\ \ell_1^P,\ \ell_2^P)$$

$$=\{\alpha C_1^F+(1-\alpha)\,C_1^P\}+\{\alpha C_2^F+(1-\alpha)\,C_2^P\}+(G_1+G_2) \qquad (3-10)$$

である。

ii）財政制約

上述の条件をみたす最適配分は、労働課税、資本課税と消費税の税率に関する、次の制約を含まねばならない。

すなわち、

$$\frac{1-\tau_1^{Fw}}{1+\tau^c}=\frac{1}{\alpha}\,\frac{\{1+\lambda^F(1+H^{1F}_{C_1^F})\}}{\{1+\lambda^F(1+H^{1F}_{\ell_1^F})\}}\Bigg[1+g_1\Bigg\{\alpha\Bigg(\frac{(1+\lambda^F H^{1F}_{G_1})\,U^1_{G_1}}{(1+\lambda^F(1+H^{1F}_{C_1^F}))\,U^1_{C_1^F}}-1\Bigg)$$

$$+(1-\alpha)\Bigg(\frac{(1+\lambda^{P1}H^{1P}_{G_1})\,U^1_{G_1}}{(1+\lambda^{P1}(1+H^{1P}_{C_1^P}))\,U^{1P}_{C_1^P}}-1\Bigg)\Bigg\}+g_2\Bigg\{\alpha\Bigg(\frac{(1+\lambda^F H^{2F}_{G_2})\,U^2_{G_2}}{(1+\lambda^F(1+H^{2F}_{C_2^F}))\,U^2_{C_2^F}}-1\Bigg)$$

$$+(1-\alpha)\Bigg(\frac{(1+\lambda^{P2}H^{2p}_{G_2})\,U^2_{G_2}}{(1+\lambda^{P2}(1+H^{2P}_{C_2^P}))\,U^2_{C_2^P}}-1\Bigg)\Bigg\}\Bigg] \qquad (3-11)$$

$$\frac{1-\tau_1^{Pw}}{1+\tau^c}=\frac{1}{1-\alpha}\,\frac{\{1+\lambda^{P1}(1+H^{1P}_{C_1^P})\}}{\{1+\lambda^{P1}(1+H^{1P}_{\ell_1^P})\}}\Bigg[1+g_1\Bigg\{\alpha\Bigg(\frac{(1+\lambda^F H^{1F}_{G_1})\,U^1_{G_1}}{(1+\lambda^F(1+H^{1F}_{C_1^F}))\,U^1_{C_1^F}}-1\Bigg)$$

$$+(1-\alpha)\Bigg(\frac{(1+\lambda^{P1}H^{1P}_{G_1})\,U^1_{G_1}}{(1+\lambda^{P1}(1+H^{1P}_{C_1^P}))\,U^{1P}_{C_1^P}}-1\Bigg)\Bigg\}+g_2\Bigg\{\alpha\Bigg(\frac{(1+\lambda^F H^{2F}_{G_2})\,U^2_{G_2}}{(1+\lambda^F(1+H^{2F}_{C_2^F}))\,U^2_{C_2^F}}-1\Bigg)$$

$$+(1-\alpha)\Bigg(\frac{(1+\lambda^{P2}H^{2P}_{G_2})\,U^2_{G_2}}{(1+\lambda^{P2}(1+H^{2P}_{C_2^P}))\,U^2_{C_2^P}}-1\Bigg)\Bigg\}\Bigg] \qquad (3-12)$$

$$\frac{1-\tau_2^{Pw}}{1+\tau^c}=\frac{1}{1-\alpha}\,\frac{\{1+\lambda^{P2}(1+H^{2P}_{C_2^P})\}}{\{1+\lambda^{P2}(1+H^{2P}_{\ell_2^P})\}}\Bigg[1+g_1\Bigg\{\alpha\Bigg(\frac{(1+\lambda^F H^{1F}_{G_1})\,U^1_{G_1}}{(1+\lambda^F(1+H^{1F}_{C_1^F}))\,U^1_{C_1^F}}-1\Bigg)$$

$$+(1-\alpha)\left(\frac{(1+\lambda^{P1}H^{1P}_{G_1})\,U^1_{G_1}}{(1+\lambda^{P1}(1+H^{1P}_{C^P_1}))\,U^{1P}_{C^P_1}}-1\right)\Bigg\}+g_2\Bigg\{\alpha\left(\frac{(1+\lambda^{F}H^{2F}_{G_2})\,U^2_{G_2}}{(1+\lambda^{F}(1+H^{2F}_{C^F_2}))\,U^2_{C^F_2}}-1\right)$$

$$+(1-\alpha)\left(\frac{(1+\lambda^{P2}H^{2P}_{G_2})\,U^2_{G_2}}{(1+\lambda^{P2}(1+H^{2P}_{C^P_2}))\,U^2_{C^P_2}}-1\right)\Bigg\}\Bigg] \qquad (3-13)$$

$$\frac{(1+\lambda^{F}(1+H^{1F}_{C^F_1}))}{(1+\lambda^{F}(1+H^{2F}_{G^F_2}))}(1+F_k\,(1-\tau^k))$$

$$=(F_k+1)+g_1F_k\left[\alpha\left\{\frac{(1+\lambda^{F}H^{1F}_{G_1})\,U^1_{G_1}}{(1+\lambda^{F}(1+H^{1F}_{C^F_1}))\,U^1_{C^F_1}}-1\right\}\right.$$

$$+(1-\alpha)\left\{\frac{(1+\lambda^{P1}H^{1P}_{G_1})\,U^1_{G_1}}{(1+\lambda^{P1}(1+H^{1p}_{C^P_1}))\,U^{1p}_{C^P_1}}-1\right\}+g_2F_k\left[\alpha\left\{\frac{(1+\lambda^{F}H^{2F}_{G_2})\,U^2_{G_2}}{(1+\lambda^{F}(1+H^{2F}_{C^F_2}))\,U^2_{C^F_2}}-1\right\}\right.$$

$$\left.+(1-\alpha)\left\{\frac{(1+\lambda^{P}H^{2P}_{G_2})\,U^2_{G_2}}{(1+\lambda^{P2}(1+H^{2P}_{C^P_2}))\,U^2_{C^P_2}}-1\right\}\right] \qquad (3-14)$$

である。

（３－11）式～（３－14）式における、労働課税、消費課税と資本課税の税率は、次式の定常状態における政府の予算制約式と両立する。

すなわち、

$$(g_1+g_2)\,F(\bar{k},\ \bar{\ell}^F_1,\ \bar{\ell}^P_1,\ \bar{\ell}^P_2)+F_k\,(\bar{k},\ \bar{\ell}^F_1,\ \bar{\ell}^P_1,\ \bar{\ell}^P_2)\,\bar{B}$$

$$=\tau^{Fw}_1F_{\ell^F_1}(\bar{k},\ \bar{\ell}^F_1,\ \bar{\ell}^P_1,\ \bar{\ell}^P_2)\ \bar{\ell}^F_1+\tau^{pw}_1F_{\ell^P_1}(\bar{k},\ \bar{\ell}^F_1,\ \bar{\ell}^P_1,\ \bar{\ell}^P_2)\ \bar{\ell}^P_1$$

$$+\tau^{Pw}_2F_{\ell^P_2}(\bar{k},\ \bar{\ell}^F_1,\ \bar{\ell}^P_1,\ \bar{\ell}^P_2)\ \bar{\ell}^P_2+\tau^c\,(\bar{C}^F_1+\bar{C}^P_1+\bar{C}^F_2+\bar{C}^P_2)$$

$$-\tau^kF_k\,(\bar{k},\ \bar{\ell}^F_1,\ \bar{\ell}^P_1,\ \bar{\ell}^P_2)\,(\bar{k}+\bar{B}) \qquad (3-15)$$

である。

２種類の公共財への政府支出の比率、g_1, g_2 を所与とするとき、労働課税の税率 $\tau^{Fw}_1, \tau^{Pw}_1, \tau^{Pw}_2$ と消費税の税率 τ^c の関係は、（３－11)、（３－12)、（３－13）の式から決定される。（３－14）式は資本課税の税率 τ^k_t を決定する。労働課税の税率 $\tau^{Fw}_1, \tau^{Pw}_1, \tau^{Pw}_2$ と資本課税の税率 τ^k が所与のとき、（３－15）式から消費税の税率 τ^c が決定される。

⑵　最適政府支出

２種類の公共財に対する政府支出の比率 g_1, g_2 が最適なときに、定常状態における均衡は以下の条件式をみたす。

すなわち、

$$\alpha\{1+\lambda^{F}(1+H^{1F}_{C_1^F})\}\,U^1_{C_1^F}\,(\widehat{C}_1^F,\ \widehat{\ell}_1^{\,F},\ G_1)=\alpha\,\widehat{\phi} \tag{3−16}$$

$$(1-\alpha)\{1+\lambda^{P1}(1+H^{1P}_{C_1^P})\}\,U^{1P}_{C_1^P}\,(\widehat{C}_1^P,\ \widehat{\ell}_1^{\,F},\ G_1)=(1-\alpha)\,\widehat{\phi} \tag{3−17}$$

$$\alpha\frac{\beta}{\delta}\{1+(1+H^{2F}_{C_2^F})\}\,U^2_{C_2^F}\,(\widehat{C}_2^F,\ G_2)=\alpha\,\widehat{\phi} \tag{3−18}$$

$$(1-\alpha)\frac{\beta}{\delta}\{1+\lambda^{P2}(1+H^{2P}_{C_2^P})\}\,U^2_{C_2^P}\,(\widehat{C}_2^P,\ \widehat{\ell}_2^{\,F},\ G_2)=(1-\alpha)\,\widehat{\phi} \tag{3−19}$$

$$\alpha\{1+\lambda^{F}(1+H^1_{\ell_1^F})\}\,U^1_{\ell_1^F}=-\,\alpha\,\widehat{\phi}\,F_{\ell_1^F} \tag{3−20}$$

$$(1-\alpha)\{1+\lambda^{P1}(1+H^1_{\ell_1^F})\}\,U^1_{\ell_1^P}=-\,(1-\alpha)\,\widehat{\phi}\,F_{\ell_1^P} \tag{3−21}$$

$$\frac{\beta}{\delta}(1-\alpha)\{1+\lambda^{P2}(1+H^{2P}_{\ell_2^P})\}\,U^2_{\ell_2^P}=(1-\alpha)\,\widehat{\phi}\,F_{\ell_2^P} \tag{3−22}$$

$$\begin{aligned}\widehat{\lambda}\ [\{\alpha(\widehat{C}_1^F U^1_{C_1^F}+\widehat{\ell}_1^{\,F} U^1_{\ell_1^F})+(1-\alpha)(\widehat{C}_1^P U^1_{C_1^P}+\widehat{\ell}_1^{\,P} U^1_{\ell_1^P})\}\\ +\beta\{\alpha\widehat{C}_2^F U^2_{C_2^F}+(1-\alpha)(\widehat{C}_2^P U^2_{C_2^P}+\widehat{\ell}_2^{\,P} U^2_{\ell_2^P})\}]=0\end{aligned} \tag{3−23}$$

$$\begin{aligned}&F(k,\ \widehat{\ell}_1^{\,F},\ \widehat{\ell}_1^{\,P},\ \widehat{\ell}_2^{\,P})\\ &=\{\alpha\widehat{C}_1^F+(1-\alpha)\widehat{C}_1^P\}+\{\alpha\widehat{C}_2^F+(1-\alpha)\widehat{C}_2^P\}+(G_1+G_2)\end{aligned} \tag{3−24}$$

$$\alpha(1+\lambda^F H^{1F}_{\ell_1^F})\,U^1_{G_1}+(1-\alpha)(1+\lambda^{p1}H^{1P}_{G_1})\,U^1_{G_1}=\widehat{\phi} \tag{3−25}$$

$$\frac{\beta}{\delta}\{\alpha(1+\lambda^F H^{2F}_{G_2})\,U^2_{G_2}+(1-\alpha)(1+\lambda^{P2}H^{2P}_{G_2})\,U^2_{G_2}=\widehat{\phi} \tag{3−26}$$

である。

条件式（３−16）式～（３−26）式において、ラグランジュ乗数 $\lambda^F=\lambda^{P1}=\lambda^{P2}$

$=\hat{\lambda}=0$と仮定する。$\hat{\lambda}=0$であるとは、実行可能性制約がないことを意味する。このとき、条件式（３－16）式～（３－26）式は最適条件の条件式（２－４）式～（２－16）式と一致することになる。

条件式を政府の財政制約の式（３－12)、（３－13)、（３－14)、（３－15）に代入することによって、労働課税、資本課税と消費税の税率の間に次の関係が成立することがわかる。

すなわち、

$$\begin{cases} \dfrac{1-\tau_1^{Fw}}{1+\tau^c}=\dfrac{1}{\alpha} & (3-27) \\[2ex] \dfrac{1-\tau_1^{Pw}}{1+\tau^c}=\dfrac{1}{1-\alpha} & (3-28) \\[2ex] \dfrac{1-\tau_2^{Pw}}{1+\tau^c}=\dfrac{1}{1-\alpha} & (3-29) \\[2ex] \tau^k=0 & (3-30) \end{cases}$$

である。

（３－28）式と（３－29）式から

$$\tau_1^{Pw}=\tau_2^{Pw} \qquad (3-31)$$

である。

タイプPの集団に属する個人の労働課税の税率は、１期と２期を通じて同一である。

（３－27）式と（３－28）式から、

$$\frac{1-\tau^{Fw}}{1-\tau^{Pw}}=\frac{1-\alpha}{\alpha} \qquad (3-32)$$

が成立する。

（３－32）式の右辺が$1-\alpha\geqq\alpha$であれば、

$$\tau^{Fw}\leqq\tau^{Pw} \qquad (3-33)$$

となる。

タイプFの集団がタイプPの集団よりも多ければ、タイプFの集団の個人への労働課税の税率はタイプPの集団の個人への労働課税の税率より低い。

（３－27）式より、

$$\tau^{c}=-\alpha\,\tau_{1}^{Fw}-(1-\alpha) \qquad (3-34)$$

が成立する。

（３－28）式と（３－29）式から、

$$\begin{cases}\tau^{c}=-(1-\alpha)\,\tau_{1}^{Pw}-\alpha & (3-35)\\ \tau^{c}=-(1-\alpha)\,\tau_{2}^{Pw}-\alpha & (3-36)\end{cases}$$

となる。

労働課税の税率と消費税の税率とは反比例の関係にあることがわかる。

（３－30）式から資本課税の税率はゼロであることがわかる。

次に、条件式（３－16）～（３－27）において、ラグランジュ乗数がゼロではなく、すべて、正であると仮定すると、政府の財政制約の式（３－12)、（３－13)、（３－14)、（３－15）は次のようになる。

すなわち、

$$\frac{1-\tau_{1}^{Fw}}{1+\tau^{c}}=\frac{1}{\alpha}\frac{\{1+\lambda^{F}(1+H_{C_1^F}^{1F})\}}{\{1+\lambda^{F}(1+H_{\ell_1^F}^{1F})\}} \qquad (3-37)$$

$$\frac{1-\tau_{1}^{Pw}}{1+\tau^{c}}=\frac{1}{1-\alpha}\frac{\{1+\lambda^{P1}(1+H_{C_1^P}^{1P})\}}{\{1+\lambda^{P1}(1+H_{\ell_1^P}^{1P})\}} \qquad (3-38)$$

$$\frac{1-\tau_{2}^{Pw}}{1+\tau^{c}}=\frac{1}{1-\alpha}\frac{\{1+\lambda^{P2}(1+H_{C_2^P}^{2P})\}}{\{1+\lambda^{P2}(1+H_{\ell_2^P}^{2P})\}} \qquad (3-39)$$

$$\tau^{k}=\frac{\lambda^{F}(H_{C_1^F}^{1F}-H_{G_2^F}^{2F})}{1+\lambda^{F}(1+H_{C_1^F}^{1F})\}}\frac{1}{1-\delta} \qquad (3-40)$$

である。

１期におけるタイプFに関する限界効用の消費・労働の広義の弾力性$H_{C_1^F}^{1F}$と$H_{\ell_1^F}^{1F}$が等しければ、（３－37）式は（３－27）式に帰着する。また１期におけるタイプPに関する限界効用の消費・労働の広義の弾力性$H_{C_1^P}^{1P}$と$H_{\ell_1^P}^{1P}$が等し

ければ、（３－38）式は（３－28）式に帰着する。２期におけるタイプPに関する消費・労働の広義の弾力性$H^{2P}_{C^P_2}$と$H^{2P}_{\ell^P_2}$が等しければ、（３－39）式は（３－29）式に帰着する。１期におけるタイプFに関する消費の広義の弾力性$H^{1F}_{C^F_1}$と２期におけるタイプFの公共支出の広義の弾力性$H^{2F}_{G^F_2}$とが等しければ、（３－40）式は（３－30）式に帰着する。

$\tau^c = 0$と仮定すると、（３－37）、（３－38）、（３－39）式は、

$$\tau^{Fw}_1 = \frac{(\alpha-1)(1+\lambda^F)+\lambda^F(\alpha H^{1F}_{\ell^F_1}-H^{1F}_{C^F_1})}{\alpha\{1+\lambda^{F1}(1+H^{1F}_{\ell^F_1})\}} \tag{３－41}$$

$$\tau^{Pw}_1 = \frac{-\alpha(1+\lambda^{P1})+\lambda^{P1}\{(1-\alpha)H^{1P}_{\ell^P_1}-H^{1P}_{C^P_1}\}}{(1-\alpha)\{1+\lambda^{P1}(1+H^{1P}_{\ell^P_1})\}} \tag{３－42}$$

$$\tau^{Pw}_1 = \frac{-\alpha(1+\lambda^{P2})+\lambda^{P2}\{(1-\alpha)H^{2P}_{\ell^P_2}-H^{2P}_{C^P_2}\}}{(1-\alpha)\{1+\lambda^{P2}(1+H^{2P}_{\ell^P_2})\}} \tag{３－43}$$

となる。

１期における、タイプFに関する限界効用の消費・労働の広義の弾力性$H^{1F}_{C^F_1}$と$H^{1F}_{\ell^F_1}$との間に$\alpha H^{1F}_{\ell^F_1} \geqq H^{1F}_{C^F_1}$の関係があり、$H^{1F}_{\ell^F_1} > -1$であれば、（３－14）式は正となる。すなわち、１期における、タイプＦに対する労働課税は正である。また、１期における、タイプPに関する限界効用の消費・労働の広義の弾力性$H^{1P}_{C^P_1}$と$H^{1P}_{\ell^P_1}$の間に$(1-\alpha)H^{1P}_{\ell^P_1} \geqq H^{1P}_{C^P_1}$の関係があり、$H^{1P}_{\ell^P_1} > -1$であれば、（３－42）式は負となる。すなわち、１期におけるタイプPに対する労働課税は負である。さらに、２期における、タイプPに関する限界効用の消費・労働の広義の弾力性$H^{2P}_{C^P_2}$と$H^{2P}_{\ell^P_2}$との間に、$(1-\alpha)H^{2P}_{\ell^P_2} \geqq H^{2P}_{C^P_2}$の関係があり、$H^{2P}_{\ell^P_2} > -1$であれば、（３－43）式は負となる。すなわち、２期における、タイプPに対する労働課税は負である。

結び

上述したように、実行可能性制約がないときには、労働課税、資本課税と消費税の税率の間に、（３－27）、（３－28）、（３－29）、（３－30）の各式が成立

することがわかった。これらの式より、⑴ タイプPの集団に属する個人の労働課税の税率は、１期と２期を通じて同一である、⑵ タイプFの集団がタイプPの集団よりも多ければ、タイプFの集団の個人への労働課税の税率はタイプPの集団の個人への労働課税の税率よりも低い、⑶ 労働課税の税率と消費税の税率とは反比例の関係にある、⑷ 資本課税の税率はゼロである、等の結論が得られた。実行可能性制約があるときにも、消費と労働の弾力性に関して適当な仮定を置くことにより、実行可能性制約がないときの結論に帰着させることができる。また、消費税を採用しないときには、タイプF、タイプPの集団に属する個人の労働課税について、（３－41)、（３－42)、（３－43）の各式が成立する。このときも、弾力性とラグランジュ乗数に関して適当な仮定を置くことにより、タイプFの集団に属する個人の労働課税は正、タイプPの集団に属する個人の労働課税は負であることがわかる。

参考文献

［1］ Atkinson, A. K., and J. E. Stiglitz, *Lectures on Public Economics*, McGraw-Hill, 1980.

［2］ Auerbach, A. J., J. Gokhale and L. J. Kotlikoff, "Generational Accounts: A Meaningful Alternative to Deficit Accounting," *Tax Policy and the Economy* Vol. 5, 1991.

［3］ Chamley, C., "Optimal Taxation of Capital Income in General Equilibrium with Infinite Lives," *Econometrica* Vol. 54, 1986.

［4］ Erosa, A., and M. Gervais, "Optimal Taxation in Life Cycle Economies," *Journal of Economic Theory*, Vol. 105, 2002.

［5］ Iqbal, K. and S. J. Turnovsky, "Inter-generational Allocation of Government Expenditures: Externalities and Optimal Taxation," *Journal of Public Economic Theory*, Vol. 10, 2008.

［6］ Judd, K. L., "Redistributive Taxation in A Simple Perfect Foresight Model," *Journal of Public Economics*, Vol. 28, 1985.

［7］ Tabellini, G., "The Politics of Inter-generational Redistribution," *Journal of Political Economy*, Vol. 60, 1991.