「習慣形成をともなう最適所得課税」※

緒　方　　　隆

要　旨

本稿は、Aronsson and Johansson-Stenman［08］の２期間の動学モデルに、消費に関する習慣形成とともに労働に関する習慣形成を導入したものである。すなわち、消費者の不効用は現在の労働水準と過去の労働水準の差に依存すると仮定する。結論として、第１期において政府が第２期の租税政策に加担できないとき、最適限界税率において、高（低）技能型の消費者は、負（正）の限界税率に直面するとの命題が得られた。

キーワード

最適所得税、消費の習慣形成、労働の習慣形成、政府の租税政策、加担(commitment)

目　次

序

最適所得課税の原型モデルであるマーリース・スティグリッツ型のモデルにおいて、能力に関する２つの型、すなわち、高技能型と低技能型の２つの型の消費者は、自身の消費と余暇から効用を得る。このとき、政府は高技能型から低技能型に所得を再分配しようとしても、個人が、高技能型であるのか低技能型であるのかは個人情報であるので、定額税を課すことによって所得を再分配することはできない。そこで、政府は誘因両立課税を用いることになる。このとき、最適な誘因両立課税は、低技能型への正の限界税率であり、高技能型へのゼロの限界税率である。

Aronsson and Johansson-Stenman［2］は、マーリース・スティグリッツ型のモデルに「隣近所と張り合う（keeping up with the Joneses)」選好を導入した。すなわち、消費者の効用は、自分自身の消費の水準と経済全体の平均消費水準の差に依存すると仮定する。つまり、ある個人の消費は、他の人々に負の外部性を課すことになる。「隣近所と張り合う」効用関数を用いることによって、マーリース・スティグリッツ型のモデルの原型におけるよりも、両型の消費者にとって、より高い最適限界税率が得られる。すなわち、両型の消費者は、ともに、正の限界税率に直面することになる。

Jang-Ting Guo and Alan Krause［3］は「隣近所と張り合う」という習慣形成選好を２期間の動学モデルに導入した。すなわち、消費者の効用は現在の消費水準と過去の消費水準の差に依存すると仮定する。そして、１期において政府が２期の租税政策に加担できるとき、最適限界税率において、高技能型の消費者は、ゼロの限界税率に直面し、低技能型の消費者は正の限界税率に直面することを示した。他方で、もし１期において政府が２期の租税政策に加担できなければ、最適限界税率において高技能型の消費者は負の限界税率に直面し、低技能型の消費者は正の限界税率に直面する。

本稿は、上記の２期間の動学モデルに消費に関する習慣形成とともに、労働

に関する習慣形成を導入した。すなわち、消費者（労働者）の不効用は、現在の労働水準の差に依存すると仮定する。

本稿の構成は次の通りである。第１章では、２期間の動学モデルが設定される。第２章では、１期において政府が２期の租税政策に加担できるとき、高技能型の消費者と低技能型の消費者が直面する最適限界税率を求める。第３章では、１期において政府が２期の租税政策に加担できないとき、それぞれの型の消費者が直面する最適限界税率を求める。

Ⅰ．モデルの設定

我々の経済において想定されるのは、単純な２期間モデルである。消費者は、ゼロから１まで連続的に分布する。消費者は同時に労働者でもある。労働者は高技能労働者と低技能労働者から成る。全労働者に占める高技能労働者の比率は$\phi \in (0, 1)$であり、低技能労働者の比率は$(1-\phi) \in (0, 1)$である。i型の消費者$i\,(=1, 2)$の期間$t\,(=1, 2)$の消費はc_i^t、i型の労働者の期間tの労働供給はℓ_i^t、期間tにおける賃金はw_i^tである。賃金については、$w_2^1 > w_1^1$かつ$w_2^2 > w_1^2$と仮定される。したがって、１型は低技能労働者であり、２型は高技能労働者である。i型の期間tにおける税引き前の所得は、$y_i^t = w_i^t \ell_i^t$で示される。

１期におけるi型の消費者の効用関数は、分離型の効用関数、

$$u(c_i^1) - v(\ell_t^1)$$

として与えられる。

２期における消費者の効用関数は、同様に、分離型の効用関数、

$$u(c_i^2 - \gamma c_i^1) - v(\ell_t^2 - \gamma \ell_i^1)$$

として与えられる。

ここで、消費と労働の限界効用、限界不効用に関して、$u'(\cdot) > 0, u''(\cdot) < 0; v'(\cdot) > 0, v''(\cdot) > 0$と仮定する。

効用関数の変数の形$(c_i^2 - \gamma c_i^1; \ell_i^2 - \gamma \ell_i^1)$から理解できるように、消費者の

１期の生活水準（消費の「習慣的」水準）は、２期の消費の効用に影響する。同様に、労働者の１期の労働供給の水準（労働供給の「習慣的」水準）は、２期の労働供給の効用に影響する。パラメータ$\gamma \in (0, 1)$は、消費者の２期の効用水準を評価するに際しての１期の消費と労働の重要度を意味する[注1)]。

労働者は、労働によって得た所得の中から所得税を負担する。消費者iが１期と２期において直面する非線形所得税関数を$T^1(y_i^1), T^2(y_i^2)$とする。

消費者iは、所得税を考慮に入れた予算制約のもとで、１期と２期の効用水準を最大化する。すなわち、

$$\underset{c_i^1, \ell_i^1; c_i^2, \ell_i^2}{Max} \quad u(c_i^1) - v(\ell_i^1) + \delta[u(c_i^2) - \gamma(c_i^1) - v(\ell_i^2 - \gamma \ell_i^1)]$$

subject to

$$\begin{cases} c_i^1 \leq y_i^1 - T^1(y_i^1) \\ c_i^2 \leq y_i^2 - T^2(y_i^2) \end{cases} \tag{1－1}$$

である。ここで、$\delta \in (0, 1)$は将来に関する割引要素である[注2)]。

（１－１）式から、消費者iの１期と２期の限界所得税率を求めてみよう。ラグランジュ関数は、

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & u(c_i^1) - v(\ell_i^1) \\ & + \delta[u(c_i^2 - \gamma c_i^1) - v(\ell_i^2 - \gamma \ell_i^1)] \\ & + \alpha^1[w_i^1 \ell_i^1 - T^1(w_i^1 \ell_i^1) - c_i^1] + \alpha^2[w_i^2 \ell_i^2 - T^2(w_i^2 \ell_i^2) - c_i^2] \end{aligned} \tag{1－2}$$

となる。ただし、$\alpha^1 \geq 0$, $\alpha^2 \geq 0$はラグランジュ乗数である。

（１－２）式から、次の１階の条件が得られる。

$$\frac{\partial u}{\partial c_i^1} - \gamma \delta u'(c_i^2 - \gamma c_i^1)\ \alpha^1 = 0 \tag{1－3}$$

$$\frac{\partial v}{\partial \ell_i^1} - \gamma \delta u'(\ell_i^2 - \gamma \ell_i^1) - \alpha^1 w_i^1 \left[1 - \frac{\partial T^1(\cdot)}{\partial y_i^1}\right] = 0 \tag{1－4}$$

$$\delta \frac{\partial u}{\partial c_i^2} - \alpha^2 = 0 \tag{1－5}$$

$$\delta \frac{\partial v}{\partial \ell_i^2} - \alpha^2 w_i^2 \left[1 - \frac{\partial T^2(\cdot)}{\partial y_i^2}\right] = 0 \tag{1－6}$$

（１－４）式より、

$$1-\frac{\partial T^{1}(\cdot)}{\partial y_i^1}=\frac{\dfrac{\partial v}{\partial \ell_i^1}-\gamma\delta v'(\ell_i^2-\gamma \ell_i^1)}{\alpha w_i^1} \qquad (1-7)$$

となり、

（１－３）式より、

$$\alpha^1=\frac{\partial u}{\partial c_i^1}-\gamma\delta u'(c_i^2-\gamma c_i^1) \qquad (1-8)$$

となる。

（１－７）式と（１－８）式から、

$$\frac{\partial T^{1}(\cdot)}{\partial y_i^1}=1-\frac{\dfrac{\partial v}{\partial \ell_i^1}-\gamma\delta v'(\ell_i^2-\gamma \ell_i^1)}{\left[\dfrac{\partial u}{\partial c_i^1}-\gamma\delta u'(c_i^2-\gamma c_i^1)\right]w_i^1} \qquad (1-9)$$

が得られる。これは、消費者 $i\,(=1, 2)$ の１期の限界所得税率を示す式である。

（１－６）式より、

$$1-\frac{\partial T^{2}(\cdot)}{\partial y_i^2}=\frac{\delta\dfrac{\partial v}{\partial \ell_i^2}}{\alpha^2 w_i^2} \qquad (1-10)$$

となり、

（１－５）式より、

$$\alpha^2=\delta\frac{\partial u}{\partial c_i^2} \qquad (1-11)$$

となる。

（１－10）式と（１－11）式から、

$$\frac{\partial T^{2}(\cdot)}{\partial y_i^2}=1-\frac{\dfrac{\partial v}{\partial \ell_i^2}}{\dfrac{\partial u}{\partial c_i^2}\,w_i^2}=1-\frac{v'(\ell_i^2-\gamma \ell_i^1)}{u'(c_i^2-\gamma c_i^1)\,w_i^2} \qquad (1-12)$$

が得られる。これは、消費者 $i\,(=1, 2)$ の２期の限界所得税率を示している。

Ⅱ．最適所得課税（１）

本節では、１期の政府が２期の租税政策にも加担できると仮定してみよう。政府は、消費者の１期と２期を合わせた全生涯にわたる税率を決定できることになる。すなわち、消費者１については $\langle c_1^1, y_1^1, c_1^2, y_1^2 \rangle$、消費者２については $\langle c_2^1, y_2^1, c_2^2, y_2^2 \rangle$ に関して最大化することができる。政府の消費者 $i\,(=1, 2)$ の所得と消費に関する条件付最大化問題は、次の通りである。

$$\begin{aligned} \underset{c_i^1, y_i^1; c_i^2, y_i^2}{Max}\ & (1-\phi)\left\{u(c_1^1) - v\left(\frac{y_1^1}{w_1^1}\right) + \delta\left[u(c_1^2 - \gamma c_1^1) - v\left(\frac{y_1^2}{w_1^2} - \gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\right]\right\} \\ & + \phi\left\{u(c_2^1) - v\left(\frac{y_2^1}{w_2^1}\right) + \delta\left[u(c_2^2 - \gamma c_2^1) - v\left(\frac{y_2^2}{w_2^2} - \gamma\frac{y_2^1}{w_2^1}\right)\right]\right\} \end{aligned} \tag{2－1}$$

subject to

$$(1-\phi)[y_1^1 - c_1^1] + \phi[y_2^1 - c_2^1] \geq 0 \tag{2－2}$$

$$(1-\phi)[y_1^2 - c_1^2] + \phi[y_2^2 - c_2^2] \geq 0 \tag{2－3}$$

$$\begin{aligned} & u(c_2^1) - v\left(\frac{y_2^1}{w_2^1}\right) + \delta\left[u(c_2^2 - \gamma c_2^1) - v\left(\frac{y_2^2}{w_2^2} - \gamma\frac{y_2^1}{w_2^1}\right)\right] \\ & \quad \geq u(c_1^1) - v\left(\frac{y_1^1}{w_2^1}\right) + \delta\left[u(c_1^2 - \gamma c_1^1) - v\left(\frac{y_1^2}{w_2^2} - \gamma\frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\right] \end{aligned} \tag{2－4}$$

ここで、（２－２）式は、政府の第１期予算制約、（２－３）式は、政府の第２期予算制約、（２－４）式は、消費者２の誘因両立制約である[注3)]。

ラグランジュ関数は、

$$\begin{aligned} \mathscr{L} = & (1-\phi)\left\{u(c_1^1) - v\left(\frac{y_1^1}{w_1^1}\right) + \delta\left[u(c_1^2 - \gamma c_1^1) - v\left(\frac{y_1^2}{w_1^2} - \gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\right]\right\} \\ & + \phi\left\{u(c_2^1) - v\left(\frac{y_2^1}{w_2^1}\right) + \delta\left[u(c_2^2 - \gamma c_2^1) - v\left(\frac{y_2^2}{w_2^2} - \gamma\frac{y_2^1}{w_2^1}\right)\right]\right\} \\ & + \lambda^1\{(1-\phi)[y_1^1 - c_1^1] + \phi[y_2^1 - c_2^1]\} \\ & + \lambda^2\{(1-\phi)[y_1^2 - c_1^2] + \phi[y_2^2 - c_2^2]\} \end{aligned}$$

$$+\theta_2\left\{u(c_2^1)-v\left(\frac{y_2^1}{w_2^1}\right)+\delta\left[u(c_2^2-\gamma c_2^1)-v\left(\frac{y_2^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_2^1}{w_2^1}\right)\right]\right.$$

$$\left.-u(c_1^1)+v\left(\frac{y_1^1}{w_2^1}\right)-\delta\left[u(c_1^2-\gamma c_1^1)-v\left(\frac{y_1^2}{w_2^1}-\gamma\frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\right]\right\} \quad (2-5)$$

となる。

ただし、$\lambda^1, \lambda^2, \theta_2$ はラグランジュ乗数である。消費者１と消費者２の１期と２期の所得と消費 $\langle c_1^1, y_1^1, c_1^2, y_1^2\rangle$ と $\langle c_2^1, y_2^1, c_2^2, y_2^2\rangle$ に関する１階の条件を求めると、

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial c_i^1}=(1-\phi)\{u'(c_1^1)-\gamma\delta u'(c_1^2-\gamma c_1^1)\}-\lambda^1(1-\phi)$$

$$+\theta_2\{-u'(c_1^1)+\gamma\delta u'(c_1^2-\gamma c_1^1)\}=0 \quad (2-6)$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial y_1^1}=(1-\phi)\left\{-v'\left(\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1}+\gamma\delta v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1}\right\}+\lambda^1(1-\phi)$$

$$+\theta_2\left\{v'\left(\frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^1}-\gamma\delta v'\left(\frac{y_1^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^1}\right\}=0 \quad (2-7)$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial c_2^1}=\phi\{u'(c_2^1)-\gamma\delta u'(c_2^2-\gamma c_2^1)\}-\lambda^1\phi$$

$$+\theta_2\{u'(c_2^1)-\gamma\delta u'(c_2^2-\gamma c_2^1)\}=0 \quad (2-8)$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial y_2^1}=\phi\left\{-v'\left(\frac{y_2^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^1}+\gamma\delta v'\left(\frac{y_2^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_2^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^1}\right\}+\lambda^1\phi$$

$$+\theta_2\left\{-v'\left(\frac{y_2^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^1}-\gamma\delta v'\left(\frac{y_2^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_2^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^1}\right\}=0 \quad (2-9)$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial c_i^2}=(1-\phi)\delta u'(c_1^2-\gamma c_1^1)-\lambda^2(1-\phi)-\theta_2\delta u'(c_1^2-\gamma c_1^1)=0$$

$$(2-10)$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial y_1^2}=(1-\phi)\delta(-1)v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^2}+\lambda^2(1-\phi)$$

$$+\theta_2\delta v'\left(\frac{y_1^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^2}=0 \quad (2-11)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial c_2^2}=\phi\delta u'(c_2^2-\gamma c_2^1)-\lambda^2\phi+\theta_2\delta u'(c_2^2-\gamma c_2^1)=0 \qquad (2-12)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y_2^2}=\phi\delta(-1)v'\left(\frac{y_2^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^2}+\lambda^2\phi$$
$$+\theta_2\delta(-1)v'\left(\frac{y_2^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^2}=0 \qquad (2-13)$$

となる。

（２－６）式と（２－７）式より、

$$(1-\phi-\theta_2)\{u'(c_1^1)-\gamma\delta u'(c_1^2-\gamma(c_1^1)\}$$
$$=(1-\phi)\left\{v'\left(\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1}-\gamma\delta v'\left(\frac{y_1^2}{w_2^1}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1}\right\}$$
$$-\theta_2\left\{v'\left(\frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^1}-\gamma\delta v'\left(\frac{y_1^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^1}\right\} \qquad (2-14)$$

が得られる。

仮定により、１期における１型と２型の賃金率について、２型のほうが１型よりも大きい、すなわち、$w_2^1>w_1^1$であるので、

$$\frac{1}{w_2^1}<\frac{1}{w_1^1}\quad \text{かつ} \quad \frac{y_1^1}{w_2^1}<\frac{y_1^1}{w_1^1}$$

となり、

$$v'\left(\frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^1}<v'\left(\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1} \qquad (2-15)$$

を得る。

また、

$$\gamma\frac{y_1^1}{w_2^1}<\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}$$

であるので、

$$\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_2^1}>\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}$$

となり、

$$v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_2^1}\right)>v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right) \qquad (2-16)$$

を得る。

前述のように、

$$\frac{1}{w_2^1} < \frac{1}{w_1^1}$$

であることを考慮すれば、

$$v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2} - \gamma \frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^1} \gtreqless v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2} - \gamma \frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1} \qquad (2-17)$$

となる。

（２－17）式は、消費の「習慣的」水準と労働供給の「習慣的」水準を考慮した、すなわち１期の消費の「習慣的」水準と労働供給の「習慣的」水準を考慮した２期の限界効用を１期の賃金率１単位当りで比較したものである。

（２－17）式から、

$$-\gamma\delta v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2} - \gamma \frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^1} \lesseqgtr -\gamma\delta v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2} - \gamma \frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1} \qquad (2-18)$$

が得られる。

（２－18）式を、２つに分けて考えれば、

$$-\gamma\delta v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2} - \gamma \frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^1} < -\gamma\delta v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2} - \gamma \frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1} \qquad (2-18-1)$$

と、

$$-\gamma\delta v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2} - \gamma \frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^1} \geqq -\gamma\delta v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2} - \gamma \frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1} \qquad (2-18-2)$$

となる。

まず、（２－18－１）式が成立する場合を検討しよう。（２－18－１）式が成立するときは、（２－15）式と（２－18－１）式から、

$$v'\left(\frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^1} - \gamma\delta v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2} - \gamma \frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^1} < v'\left(\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1} - \gamma\delta v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2} - \gamma \frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_1^1}$$

となり、

$$(1-\phi)\left\{v'\left(\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1} - \gamma\delta v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2} - \gamma \frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1}\right\}$$

$$-\theta_2\left\{v'\left(\frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^1} - \gamma\delta v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2} - \gamma \frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^1}\right\}$$

$$>(1-\phi)\left\{v'\left(\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1}-\gamma\delta v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1}\right\}$$

$$-\theta_2\left\{v'\left(\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1}-\gamma\delta v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1}\right\} \quad (2-19)$$

が成立する。

（2－14）式と（2－19）から、

$$(1-\phi-\theta_2)\{u'(c_1^1)-\gamma\delta u'(c_1^2-\gamma c_1^1)\}$$

$$>(1-\phi-\theta_2)\left\{v'\left(\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1}-\gamma\delta v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1}\right\} \quad (2-20)$$

が得られる。

（2－10）式と（2－12）式から、$1-\phi-\theta_2>0$ であるので、（2－20）式から、

$$\{u'(c_1^1)-\gamma\delta u'(c_1^2-\gamma c_1^1)\}>\left\{v'\left(\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1}-\gamma\delta v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1}\right\}$$

となり、

$$1>\frac{v'\left(\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)-\gamma\delta v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)}{\{u'(c_1^1)-\gamma\delta u'(c_1^2-\gamma c_1^1)\}w_1^1} \quad (2-21)$$

が得られる[注4)]。

（2－21）式を考慮すれば、（1－11）式より、

$$MTR_1^1=\frac{\partial T^1(\cdot)}{\partial y_i^1}=1-\frac{v'\left(\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)-\gamma\delta v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)}{\{u'(c_1^1)-\gamma\delta u'(c_1^2-\gamma c_1^1)\}w_1^1} \quad (2-22)$$

が成立する。

（2－22）式は、1期における消費者1の所得に関する、最適な限界税率 MTR_1^1 が正であることを示している。

次に、（2－18－2）式が成立する場合を検討しよう。

（2－18－2）式が成立するときは、

$$MTR_1^1=\frac{\partial T^1(\cdot)}{\partial y_i^1}=1-\frac{v'\left(\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)-\gamma\delta v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)}{\{u'(c_1^1)-\gamma\delta u'(c_1^2-\gamma c_1^1)\}w_1^1}\gtreqless 0 \quad (2-23)$$

となり、MTR_1^1の値は確定しない。

第２に、２期において消費者１が直面する、所得に関する最適限界税率MTR_1^2についてみてみよう。

（２－10）式と（２－11）式から、

$$(1-\phi-\theta_2)\,\delta\,u'(c_1^2-\gamma c_1^1)$$
$$=(1-\phi)\,\delta v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^2}-\theta_2\,\delta\,v'\left(\frac{y_1^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^2} \qquad (2-24)$$

となる。

消費者１と消費者２の１期と２期の賃金率に関して、仮定により、１期、２期ともに、消費者２の賃金率が消費者１のそれより大である、すなわち、$w_1^2<w_2^2$，$w_1^1<w_2^1$であるので、

$$\frac{y_1^2}{w_1^2}>\frac{y_1^2}{w_2^2},\ \frac{y_1^1}{w_1^1}>\frac{y_1^1}{w_2^1}$$

となり、

$$\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}>\frac{y_1^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_2^1} \qquad (2-25-1)$$

または、

$$\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\leqq\frac{y_1^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_2^1} \qquad (2-25-2)$$

が得られる。

（２－25－１）式が成立する場合

$$v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^2}>v'\left(\frac{y_1^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_2^1}\right) \qquad (2-26-1)$$

となるが[注5)]、（１－25－２）式が成立するときは

$$v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^2}\gtreqqless v'\left(\frac{y_1^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^2} \qquad (2-26-2)$$

となり、大小関係は確定しない。

（２－26－１）式が成立する場合は、

$$(1-\phi)\,\delta\, v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^2}-\theta_2\,\delta\, v'\left(\frac{y_1^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^2}$$

$$>(1-\phi)\,\delta\, v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^2}-\theta_2\,\delta\, v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^2} \qquad (2-27)$$

が得られる。

（２－24）式と（２－27）式から、

$$(1-\phi-\theta_2)\;\delta\, u'\,(c_1^2-\gamma(c_1^1)>(1-\phi-\theta_2)\;\delta\, v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^2} \qquad (2-28)$$

となる。

（２－28）式より、

$$\frac{v'\,(\ell_1^2-\gamma\ell_1^1)}{u'\,(c_1^2-\gamma c_1^1)\,w_i^2}<1$$

となることを考慮すれば、

（１－12）式より、

$$MTR_1^2=\frac{\partial T^2(\cdot)}{\partial y_1^2}=1-\frac{v'\,(\ell_1^2-\gamma\ell_1^1)}{u'\,(c_1^2-\gamma c_1^1)\,w_1^2}>0 \qquad (2-29)$$

が得られる。

（１－38－２）が成立する場合は、

$$MTR_1^2=\frac{\partial T^2(\cdot)}{\partial y_1^2}=1-\frac{v'\,(\ell_1^2-\gamma\ell_1^1)}{u'\,(c_1^2-\gamma c_1^1)\,w_1^2}\gtreqless 0 \qquad (2-30)$$

となるので、確定しない。

（２－29）式は、消費者１の限界税率は２期において正であるべきことを示し、（２－30）式は確定しないことを意味している。

（２－８）式で（２－９）式を除すると

$$\frac{v'\left(\dfrac{y_2^1}{w_2^1}\right)\dfrac{1}{w_2^1}-\gamma\delta\, v'\left(\dfrac{y_2^2}{w_2^2}-\gamma\dfrac{y_2^1}{w_2^1}\right)\dfrac{1}{w_2^1}}{u'\,(c_2^1)-\gamma\delta\, u'\,(c_2^2-\gamma c_2^1)}=1 \qquad (2-31)$$

となるので、（１－９）式から、

$$MTR_2^1=\frac{\partial T^1(\cdot)}{\partial y_2^1}=1-\frac{v'\left(\dfrac{y_2^1}{w_2^1}\right)-\gamma\delta v'\left(\dfrac{y_2^2}{w_2^2}-\gamma\dfrac{y_2^1}{w_2^1}\right)}{\{u'(c_2^1)-\gamma\delta u'(c_2^2-\gamma c_2^1)\}w_2^1}=0 \qquad (2-32)$$

が成立する。

（２－12）式で（２－14）式を除すと、

$$\frac{v'\left(\dfrac{y_2^2}{w_2^2}-\gamma\dfrac{y_1^1}{w_2^1}\right)}{u'(c_2^2-\gamma c_2^1)\}w_2^2}=1 \qquad (2-33)$$

となるので、（１－12）式より、

$$MTR_2^2=\frac{\partial T^2(\cdot)}{\partial y_2^2}=1-\frac{v'\left(\dfrac{y_2^2}{w_2^2}-\gamma\dfrac{y_1^1}{w_2^1}\right)}{u'(c_2^2-\gamma c_2^1)w_2^2}=0 \qquad (2-34)$$

が成立する。

（２－32）式は、消費者２が１期において直面する限界税率はゼロであることを意味し、（２－34）式も同様にゼロであることを意味する。以上をまとめれば、次の命題１が得られる。

命題１　１期の政府が２期の租税政策に加担できるとき消費と労働に関する習慣形成を仮定すれば、最適な所得課税について消費者２の１期と２期の限界税率に関しては、

$$MTR_2^1=0,\qquad MTR_2^2=0$$

が成立する。

同様に消費者１の１期の限界税率に関しては、もし（２－21）式が成立すれば、

$$MTR_1^1>0$$

となり、消費者１の２期の限界税率に関しては、もし（２－26－１）式が成立すれば、

$$MTR_1^2>0$$

となる。

前述のように、（２－21）式の経済的意味は、１期と２期における消費者１

の消費の限界効用の賃金率 w_1^1 と割引率 δ、２期の消費の１期における重要度 γ を重みとする加重平均が、１期と２期における消費者１の労働の限界効用の割引率 δ と２期の消費の１期における重要度 γ を重みとする加重平均よりも大きいことである。

また、前述のように、（２－26－１）式の経済的意味は、１期の労働供給の習慣的水準を考慮した２期における消費者１の労働の限界効用が、１期の労働供給の習慣的水準を考慮した２期にける消費者１の（消費者２の賃金率 w_2^2 を想定したときの）労働効用を２期における消費者１の賃金率 w_1^2 で評価したものよりも大きいことである。

Ⅲ．最適所得課税（２）

前節では、第１期の政府が第２期の租税政策に加担できる場合を検討したが、本節では、第１期の政府が第２期の租税政策に加担できない場合を検討する。

政府は第２期の予算制約の下で、消費者１と消費者２の第２期の効用を最大化するように、消費者１と消費者２の第２期の所得・消費の組 $\langle c_1^2, y_1^2\rangle$、$\langle c_2^2, y_2^2\rangle$ を選択する。このとき、政府の最大化問題は次の通りである。

$$\underset{\substack{\langle c_1^2, y_1^2\rangle \\ \langle c_2^2, y_2^2\rangle}}{Max} \quad (1-\phi)\left[u\left(c_1^2-\gamma c_1^1\right)-v\left(\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\right] + \phi\left[u\left(c_2^2-\gamma c_2^1\right)-v\left(\frac{y_2^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_2^1}{w_2^1}\right)\right] \quad (3-1)$$

subject to

$$(1-\phi)\left[y_1^2-c_1^2\right]+\phi\left[y_2^2-c_2^2\right]\geq 0 \quad (3-2)$$

ラグランジュ関数は、

$$\mathscr{L}=(1-\phi)\left[u\left(c_1^2-\gamma c_1^1\right)-v\left(\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\right] + \phi\left[u\left(c_2^2-\gamma c_2^1\right)-v\left(\frac{y_2^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_2^1}{w_2^1}\right)\right]$$

$$+\lambda^2\{(1-\phi)[y_1^2-c_1^2]+\phi[y_2^2-c_2^2]\} \tag{3－3}$$

となる。

ラグランジュ関数（３－３）式について、１階の条件を求めると、

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial c_1^2}=(1-\phi)\frac{\partial u(c_1^2-\gamma c_1^1)}{\partial c_1^2}-\lambda^2(1-\phi)=0 \tag{3－4}$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial y_1^2}=-(1-\phi)\frac{\partial u\left(\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)}{\partial y_1^2}\frac{1}{w_1^2}+\lambda^2(1-\phi)=0 \tag{3－5}$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial c_2^2}=\phi\frac{\partial u(c_2^2-\gamma c_2^1)}{\partial c_2^2}-\lambda^2\phi=0 \tag{3－6}$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial y_2^2}=-\phi\frac{\partial v\left(\frac{y_2^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_2^1}{w_2^1}\right)}{\partial y_2^2}\frac{1}{w_2^2}+\lambda^2\phi=0 \tag{3－7}$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\lambda^2}=(1-\phi)[y_1^2-c_1^2]+\phi[y_2^2-c_2^2]=0 \tag{3－8}$$

となる。

（３－４）式と（３－５）式から、

$$\frac{v'\left(\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)}{u'(c_1^2-\gamma c_1^1)w_1^2}=1 \tag{3－9}$$

となり、

（３－６）式と（３－７）式から、

$$\frac{v'\left(\frac{y_2^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_2^1}{w_2^1}\right)}{u'(c_2^2-\gamma c_2^1)w_2^2}=1 \tag{3－10}$$

となる。

（１－14）式は、

$$MTR_i^2=\frac{\partial T^2(\cdot)}{\partial y_i^2}=1-\frac{v'(\ell_i^2-\gamma\ell_i^1)}{u'(c_i^2-\gamma c_i^1)w_i^2}$$

であることを考慮すれば、（３－９）式と（３－10）式から

$$\begin{cases} MTR_1^2=0 \\ MTR_2^2=0 \end{cases} \tag{3－11}$$

が得られる。

（３－11）式から、２期における予算制約の下で消費者１と消費者２の効用を最大化する最適な限界所得税率はゼロであることがわかる。

命題２　１期の政府が２期の租税政策に加担できない場合、消費者１と消費者２の２期の限界所得税率は、$MTR_1^2=0$, $MTR_2^2=0$ である。

政府が２期の租税政策に加担することができないときは、１期で明らかにされた技能に関するタイプの情報を２期での個人的な一括定額税を実行するために使用できる。この場合２期における政府行動は次の通りである。

政府は、

$$(1-\phi)[y_1^2-c_1^2]+\phi[y_2^2-c_2^2]\geq 0 \qquad (3-12)$$

の制約の下で、

$$(1-\phi)\left[u(c_1^2-\gamma c_1^1)-v\left(\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\right]+\phi\left[u(c_2^2-\gamma c_2^1)-v\left(\frac{y_2^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_2^1}{w_2^1}\right)\right] \qquad (3-13)$$

を最大にするように、消費者 i ($i=1, 2$) の２期の消費と所得を選択する。すなわち、限界所得税率を決定する。（３－13）式は２期の社会厚生関数であり、（３－12）式は政府の２期の予算制約である。（３－12）式と（３－13）式を解くことにより、$c_1^2(\phi, \gamma, c_1^1, w_1^2, c_2^1, w_2^2, y_1^1, y_2^1)$, $y_1^2(\phi, \gamma, c_1^1, w_1^2, c_2^1, w_2^2, y_1^1, y_2^1)$, $c_2^2(\phi, \gamma, c_1^1, w_1^2, c_2^1, w_2^2, y_1^1, y_2^1)$, $y_2^2(\phi, \gamma, c_1^1, w_1^2, c_2^1, w_2^2, y_1^1, y_2^1)$ が明らかになる。これを、（３－13）式に代入することによって、$W^2(\phi, \gamma, c_1^1, w_1^2, c_2^1, w_2^2, y_1^1, y_2^1)$ が得られる。

消費者と政府は、政府が２期において、（３－２）式の下で、（３－１）式を最大化することを知っており、政府は１期において、$\langle c_1^1, y_1^1\rangle$ と $\langle c_2^1, y_2^1\rangle$ に関して、次の最大化を行う。

$$Max\,(1-\phi)\left[u(c_1^1)-v\left(\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\right]+\phi\left[u(c_2^1)-v\left(\frac{y_2^1}{w_2^1}\right)\right]$$
$$+\delta W^2(\phi, \gamma, c_1^1, w_1^2, c_2^1, w_2^2, y_1^1, y_2^1) \qquad (3-14)$$

subject to

$$(1-\phi)[y_1^1-c_1^1]+\phi[y_2^1-c_2^1]\geq 0 \qquad (3-15)$$

$$u(c_2^1)-v\left(\frac{y_2^1}{w_2^1}\right)+\delta\left[u(c_2^2-\gamma c_2^1)-v\left(\frac{y_2^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_2^1}{w_2^1}\right)\right]$$

$$\geqq u(c_1^1)-v\left(\frac{y_1^1}{w_2^1}\right)+\delta\left[u(c_1^2-\gamma c_1^1)-v\left(\frac{y_1^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\right] \quad (3-16)$$

ラグランジュ関数は、

$$\mathscr{L}=(1-\phi)\left[u(c_1^1)-v\left(\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\right]+\phi\left[u(c_2^1)-v\left(\frac{y_2^1}{w_2^1}\right)\right]$$
$$+\delta W^2(\phi,\gamma,c_1^1,w_1^2,c_2^1,w_2^2,y_1^1,y_2^1)$$
$$+\lambda^1\{(1-\phi)[y_1^1-c_1^1]+\phi[y_2^1-c_2^2]\}$$
$$+\theta_2^1\left\{u(c_2^1)-v\left(\frac{y_2^1}{w_2^1}\right)+\delta\left[u(c_2^2-\gamma c_2^1)-v\left(\frac{y_2^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_2^1}{w_2^1}\right)\right]\right.$$
$$\left.-u(c_1^1)-v\left(\frac{y_1^1}{w_2^1}\right)-\delta\left[u(c_1^2-\gamma c_1^1)-v\left(\frac{y_1^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\right]\right\} \quad (3-17)$$

である。

消費者 $i\,(=1,2)$ の１期の消費と所得 $c_1^1, y_1^1, c_2^1, y_2^1$ に関する１階の条件式は、

$$(1-\phi-\theta_2^1)v'(c_1^1)-\delta\frac{\partial W^2(\cdot)}{\partial c_1^1}+\theta_2^1\gamma\delta u'(c_1^2-\gamma c_1^1)-\lambda^1(1-\phi)$$
$$+\theta_2^1\delta\left[u'(c_2^2-\gamma c_2^1)\frac{\partial c_2^2(\cdot)}{\partial c_1^1}-v'\left(\frac{y_2^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_2^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^2}\frac{\partial y_2^2}{\partial c_1^1}\right]$$
$$-\theta_2^1\delta\left[u'(c_1^2-\gamma c_1^1)\frac{\partial c_1^2(\cdot)}{\partial c_1^1}-v'\left(\frac{y_1^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_2^2}\frac{\partial y_1^2(\cdot)}{\partial c_1^1}\right]=0$$
$$(3-18)$$

$$(1-\phi)v'\left(\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1}-\lambda^1(1-\phi)$$
$$-\theta_2^1\left[v'\left(\frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^1}-\gamma\delta v'\left(\frac{y_1^2(\cdot)}{w_2^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1}\right]=0 \quad (3-19)$$

$$(\phi+\theta_2^1)u'(c_2^1)-\delta\frac{\partial W^2(\cdot)}{\partial c_2^1}-\theta_2^1\gamma\delta u'(c_2^2-\gamma c_2^1)-\lambda^1\phi$$
$$+\theta_2^1\delta\left[u'(c_2^2(\cdot)-\gamma c_2^1)\frac{\partial c_2^2(\cdot)}{\partial c_2^1}-v'\left(\frac{y_2^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_2^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^2}\frac{\partial y_2^2}{\partial c_1^1}\right]$$
$$-\theta_2^1\delta\left[u'(c_1^2-\gamma c_1^1)\frac{\partial c_1^2}{\partial c_2^1}-v'\left(\frac{y_1^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_2^2}\frac{\partial y_1^2}{\partial c_2^1}\right]=0 \quad (3-20)$$

$$\phi v'\left(\frac{y^{1}_{2}}{w^{1}_{2}}\right)\frac{1}{w^{1}_{2}}-\lambda^{1}\phi+\theta^{1}_{2}\left[v'\left(\frac{y^{1}_{2}}{w^{1}_{2}}\right)\frac{1}{w^{1}_{2}}-\gamma\delta v'\left(\frac{y^{2}_{2}}{w^{2}_{2}}-\gamma\frac{y^{1}_{2}}{w^{1}_{2}}\right)\frac{1}{w^{1}_{2}}\right]=0 \tag{3－21}$$

となる。

消費者 $i\,(=1,\,2)$ の１期における消費が２期の社会的厚生関数 W^2 に与える影響をみるために、$\partial W^2(\cdot)／\partial c^1_1$, $\partial W^2(\cdot)／\partial c^1_2$ を求めてみよう。

ラグランジュ関数（３－３）式は、

$$\begin{aligned}\mathcal{L}=(1-\phi)&\left[u(c^{2}_{1}-\gamma c^{1}_{1})-v\left(\frac{y^{2}_{1}}{w^{2}_{1}}-\gamma\frac{y^{1}_{1}}{w^{1}_{1}}\right)\right]\\&+\phi\left[u(c^{2}_{2}-\gamma c^{1}_{2})-v\left(\frac{y^{2}_{2}}{w^{2}_{2}}-\gamma\frac{y^{1}_{2}}{w^{1}_{2}}\right)\right]\\&+\lambda^{2}\{(1-\phi)[y^{2}_{1}-c^{2}_{1}]+\phi[y^{2}_{2}-c^{2}_{2}]\}\end{aligned} \tag{3－3}$$

であり、包絡線定理を用いると、

$$\frac{\partial W^{2}}{\partial c^{1}_{1}}=\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial c^{1}_{1}}=-\gamma(1-\phi)u'(c^{2}_{1}-\gamma c^{1}_{1}) \tag{3－22}$$

$$\frac{\partial W^{2}}{\partial c^{1}_{2}}=\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial c^{1}_{2}}=-\gamma\phi u'(c^{2}_{2}-\gamma c^{1}_{2}) \tag{3－23}$$

となる。

（３－23）式を（３－20）式に代入し、（３－21）式を考慮すれば

$$\begin{aligned}&(\phi+\theta^{1}_{2})[u'(c^{1}_{2})-\gamma\delta u'(c^{2}_{2}-\gamma c^{1}_{2})]\\&=(\phi+\theta^{1}_{2})v'\left(\frac{y^{1}_{2}}{w^{1}_{2}}\right)\frac{1}{w^{1}_{2}}-\theta^{1}_{2}\gamma\delta v'\left(\frac{y^{2}_{2}}{w^{2}_{2}}-\gamma\frac{y^{1}_{2}}{w^{1}_{2}}\right)\frac{1}{w^{1}_{2}}\\&\qquad-\theta^{1}_{2}\delta\left[u'(c^{2}_{2}-\gamma c^{1}_{2})\frac{\partial c^{2}_{2}}{\partial c^{1}_{2}}-v'\left(\frac{y^{2}_{2}}{w^{2}_{2}}-\gamma\frac{y^{1}_{1}}{w^{1}_{2}}\right)\frac{1}{w^{2}_{2}}\frac{\partial y^{2}_{2}}{\partial c^{1}_{2}}\right]\\&\qquad+\theta^{1}_{2}\delta\left[u'(c^{2}_{1}-\gamma c^{1}_{1})\frac{\partial c^{2}_{1}}{\partial c^{1}_{2}}-v'\left(\frac{y^{2}_{1}}{w^{2}_{2}}-\gamma\frac{y^{1}_{1}}{w^{1}_{1}}\right)\frac{1}{w^{2}_{2}}\frac{\partial y^{2}_{1}}{\partial c^{1}_{2}}\right]\end{aligned} \tag{3－24}$$

となる。

（３－24）式の両辺を $(\phi+\theta^{1}_{2})[u'(c^{2}_{1}-\gamma\delta u'(c^{2}_{2}-\gamma c^{1}_{2})]$ で除すると、

$$1=\frac{(\phi+\theta^{1}_{2})v'\left(\frac{y^{1}_{2}}{w^{2}_{1}}\right)\frac{1}{w^{1}_{2}}-\theta^{1}_{2}\gamma\delta v'\left(\frac{y^{2}_{2}}{w^{2}_{2}}-\gamma\frac{y^{1}_{2}}{w^{1}_{2}}\right)\frac{1}{w^{1}_{2}}}{(\phi+\theta^{1}_{2})[u'(c^{1}_{2})-\gamma\delta u'(c^{2}_{2}-\gamma c^{1}_{2})]}$$

$$-\frac{\theta_2^1\,\delta\,u'\,(c_2^2-\gamma\,c_2^1)}{(\phi+\theta_2^1)\,[u'\,(c_2^1)-\gamma\,\delta\,u'\,(c_2^2-\gamma\,c_2^1)]}\left[\frac{\partial c_2^2}{\partial c_2^1}-\frac{\partial y_2^2}{\partial c_2^1}\right]$$

$$+\frac{\theta_2^1\,\delta}{(\phi+\theta_2^1)\,[u'\,(c_2^1)-\gamma\,\delta\,u'\,(c_2^2-\gamma\,c_2^1)]}\times$$

$$\left[u'\,(c_1^2-\gamma\,c_1^1)\,\frac{\partial c_1^2}{\partial c_2^1}-v'\left(\frac{y_1^2}{w_2^2}-\gamma\,\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_2^2}\,\frac{\partial y_1^2}{\partial c_2^1}\right] \qquad (３－25)$$

となる。

故に、（１－11）式より、

$$MTR_2^1=\frac{-\theta_2^1\,\delta\,u'\,(c_2^2-\gamma\,c_2^1)}{(\phi+\theta_2^1)\,[u'\,(c_2^1)-\gamma\,\delta\,u'\,(c_2^2-\gamma\,c_2^1)]}\left[\frac{\partial c_2^2}{\partial c_2^1}-\frac{\partial y_2^2}{\partial c_2^1}\right]$$

$$+\frac{\theta_2^1\,\delta}{(\phi+\theta_2^1)\,[u'\,(c_2^1)-\gamma\,\delta\,u'\,(c_2^2-\gamma\,c_2^1)]}\times$$

$$\left[u'\,(c_1^2-\gamma\,c_1^1)\,\frac{\partial c_1^2}{\partial c_2^1}-v'\left(\frac{y_1^2}{w_2^2}-\gamma\,\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_2^2}\,\frac{\partial y_1^2}{\partial c_2^1}\right] \qquad (３－26)$$

となる。

MTR_2^1の正、負の符号を検討してみよう。（３－４）、（３－５）、（３－６）、（３－７）、（３－８）の各式より、

$$\frac{\partial^2 u}{\partial\,(c_1^2-\gamma\,c_1^1)^2}\,\frac{\partial c_1^2}{\partial c_2^1}-\frac{\partial\,\lambda^1}{\partial c_2^1}=0 \qquad (３－27)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial\left(\frac{y_1^2}{w_1^2}-\gamma\,\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)^2}\left(\frac{1}{w_1^2}\right)^2\frac{\partial y_1^2}{\partial c_2^1}+\frac{\partial\,\lambda^2}{\partial c_2^1}=0 \qquad (３－28)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial\,(c_2^2-\gamma\,c_2^1)^2}\,\frac{\partial c_1^2}{\partial c_2^1}-\frac{\partial\,\lambda^2}{\partial c_2^1}=0 \qquad (３－29)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial\left(\frac{y_2^2}{w_2^2}-\gamma\,\frac{y_2^1}{w_2^1}\right)^2}\left(\frac{1}{w_2^2}\right)^2\frac{\partial y_2^2}{\partial c_2^1}-\frac{\partial\,\lambda^2}{\partial c_2^1}=0 \qquad (３－30)$$

$$(1-\phi)\left[\frac{\partial y_1^2}{\partial c_2^1}-\frac{\partial c_1^2}{\partial c_2^1}\right]+\phi\left[\frac{\partial y_2^2}{\partial c_2^1}-\frac{\partial c_2^2}{\partial c_2^1}\right]=0 \qquad (３－31)$$

となり、

以上の式をまとめると、

$$\begin{bmatrix} v''\left(\dfrac{1}{w_2^1}\right)^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u'' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v''\left(\dfrac{1}{w_2^1}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial y_1^2}{\partial c_2^1} \\ \dfrac{\partial c_1^2}{\partial c_2^1} \\ \dfrac{\partial y_2^2}{\partial c_2^1} \\ \dfrac{\partial c_2^2}{\partial c_2^1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{\partial \lambda^2}{\partial c_2^1} \\ \dfrac{\partial \lambda^2}{\partial c_2^1} \\ -\dfrac{\partial \lambda^2}{\partial c_2^1} \\ \dfrac{\partial \lambda^2}{\partial c_2^1} \end{bmatrix} \tag{3－32}$$

$$(1-\phi)\left[\frac{\partial y_1^2}{\partial c_2^1}-\frac{\partial c_1^2}{\partial c_2^1}\right]+\phi\left[\frac{\partial y_2^2}{\partial c_2^1}-\frac{\partial c_2^2}{\partial c_2^1}\right]=0 \tag{3－31}$$

となる。

（3 －32）式を解いて、$\partial y_1^2 / \partial c_2^1$，$\partial c_1^2 / \partial c_2^1$，$\partial y_2^2 / \partial c_2^1$，$\partial c_2^2 / \partial c_2^1$ を求めてみよう。

$$H \equiv \begin{bmatrix} v''\left(\dfrac{1}{w_1^2}\right)^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u'' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v''\left(\dfrac{1}{w_2^2}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u'' \end{bmatrix} \tag{3－33}$$

とおくと、

$$\frac{\partial y_1^2}{\partial c_2^1} = \frac{\begin{vmatrix} -\dfrac{\partial \lambda^2}{\partial c_2^1} & 0 & 0 & 0 \\ \dfrac{\partial \lambda^2}{\partial c_2^1} & u'' & 0 & 0 \\ -\dfrac{\partial \lambda^2}{\partial c_2^1} & 0 & v''\left(\dfrac{1}{w_2^2}\right)^2 & 0 \\ \dfrac{\partial \lambda^2}{\partial c_2^1} & 0 & 0 & u'' \end{vmatrix}}{|H|}$$

$$= \frac{\left(-\dfrac{\partial \lambda^2}{\partial c_1^2}\right) u''\, v''\left(\dfrac{1}{w_2^2}\right)^2 u''}{|H|} \tag{3－34}$$

$$\frac{\partial c_1^2}{\partial c_2^1}=\frac{\begin{vmatrix} v''\left(\frac{1}{w_1^2}\right)^2 & -\frac{\partial\lambda^2}{\partial c_2^1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial\lambda^2}{\partial c_2^1} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\partial\lambda^2}{\partial c_2^1} & v''\left(\frac{1}{w_2^2}\right)^2 & 0 \\ 0 & \frac{\partial\lambda^2}{\partial c_2^1} & 0 & u'' \end{vmatrix}}{H}$$

$$=\frac{v''\left(\frac{1}{w_1^2}\right)^2 \frac{\partial\lambda^2}{\partial c_2^1}\, v''\left(\frac{1}{w_2^2}\right)^2 u''}{|H|} \qquad (3-35)$$

$$\frac{\partial y_2^2}{\partial c_2^1}=\frac{\begin{vmatrix} v''\left(\frac{1}{w_1^2}\right)^2 & 0 & -\frac{\partial\lambda^2}{\partial c_2^1} & 0 \\ 0 & u'' & \frac{\partial\lambda^2}{\partial C_2^1} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\partial\lambda^2}{\partial c_2^1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial\lambda^2}{\partial c_2^1} & u'' \end{vmatrix}}{|H|}$$

$$=\frac{v''\left(\frac{1}{w_1^2}\right)^2 u''\left(-\frac{\partial\lambda^2}{\partial c_2^1}\right)^2 u''}{|H|} \qquad (3-36)$$

$$\frac{\partial c_2^2}{\partial c_2^1}=\frac{\begin{vmatrix} v''\left(\frac{1}{w_1^2}\right)^2 & 0 & 0 & -\frac{\partial\lambda^2}{\partial c_2^1} \\ 0 & u'' & 0 & \frac{\partial\lambda^2}{\partial c_2^1} \\ 0 & 0 & v''\left(\frac{1}{w_2^2}\right)^2 & -\frac{\partial\lambda^2}{\partial c_2^1} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial\lambda^2}{\partial c_2^1} \end{vmatrix}}{|H|}$$

$$=\frac{v''\left(\frac{1}{w_1^2}\right)^2 u''\, v''\left(\frac{1}{w_2^2}\right)^2 \left(\frac{\partial\lambda^2}{\partial c_2^1}\right)^2}{|H|} \qquad (3-37)$$

となる。

（３－34)、（３－35)、（３－36)、（３－37）の各式を整理して再述すれば、

$$\frac{\partial y_1^2}{\partial c_2^1}=\frac{\left(-\frac{\partial \lambda^2}{\partial c_1^2}\right)u'' v''\left(\frac{1}{w_2^2}\right)^2 u''}{|H|} \tag{3-34}$$

$$\frac{\partial c_1^2}{\partial c_2^1}=\frac{v''\left(\frac{1}{w_2^2}\right)^2\frac{\partial \lambda^2}{\partial c_2^1}v''\left(\frac{1}{w_2^2}\right)^2 u''}{|H|} \tag{3-35}$$

$$\frac{\partial y_2^2}{\partial c_2^1}=\frac{v''\left(\frac{1}{w_1^2}\right)^2 u''\left(-\frac{\partial \lambda^2}{\partial c_2^1}\right)^2 u''}{|H|} \tag{3-36}$$

$$\frac{\partial c_2^2}{\partial c_2^1}=\frac{v''\left(\frac{1}{w_1^2}\right)^2 u'' v''\left(\frac{1}{w_2^2}\right)^2\left(\frac{\partial \lambda^2}{\partial c_2^1}\right)^2}{|H|} \tag{3-37}$$

となる。

以上の各式の正、負の符号を検討してみよう。$|H|>0$ であるので、$\partial\lambda^2/\partial c_2^1>0$ と仮定すると、

$$\begin{cases}\dfrac{\partial y_1^2}{\partial c_2^1}<0,\quad \dfrac{\partial c_1^2}{\partial c_2^1}<0 & (3-38)\\[2ex] \dfrac{\partial y_2^2}{\partial c_2^1}<0,\quad \dfrac{\partial c_2^2}{\partial c_2^1}<0 & (3-39)\end{cases}$$

$$\frac{\partial y_2^2}{\partial c_2^1}-\frac{\partial y_2^2}{\partial c_2^1}\gtreqless 0 \tag{3-40}$$

となる。

（３－38)、（３－39)、（３－40）式を考慮すれば、（３－26）式から次の結果が得られる。

（３－39）式が正（負）であるとすると、（３－26）式の第１項は負（正）である。

（３－38）式から、$\partial c_1^2/\partial c_2^1<0$, $\partial y_1^2/\partial c_2^1<0$ で、かつ仮定により、$u'(c_1^2-\gamma c_1^1)>0$、$v'\left(\frac{y_1^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)>0$ であるので第２項は正または負である。したがって、MTR_2^1 の符号は確定しないが、例えば、（３－40）式が正、すなわち、

$$\frac{\partial y_2^2}{\partial c_2^1}-\frac{\partial y_2^2}{\partial c_2^1}>0$$

でかつ、

$$u'(c_1^2-\gamma c_1^1)\frac{\partial c_1^2}{\partial c_2^1}<v'\left(\frac{y_1^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_2^2}\frac{\partial y_1^2}{\partial c_2^1} \qquad (3-41)$$

すなわち、

$$\frac{u'}{v'}>\frac{1}{w_2^2}\frac{\dfrac{\partial y_1^2}{\partial c_2^1}}{\dfrac{\partial c_1^2}{\partial c_2^1}} \qquad (3-42)$$

であれば、

$$MTR_2^1<0$$

となる[注６）]。

次に、MTR_1^1 の符号を検討しよう。（２－８）、（３－22）、（３－６）、（３－７）の各式を（２－７）式に代入すると、

$$(1-\phi-\theta_2^1)\left[u'(c_1^1)-\gamma\delta u'(c_1^2-\gamma c_1^1)\right]$$

$$\begin{aligned}
&=(1-\phi-\theta_2^1)v'\left(\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1}\\
&\quad+\theta_2^1+\left[v'\left(\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1}-v'\left(\frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^1}+\gamma\delta v'\left(\frac{y_1^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1}\right]\\
&\quad+\theta_2^1\delta u'(c_2^2-\gamma c_1^2)\left[\frac{\partial c_2^2}{\partial c_1^1}-\frac{\partial y_2^2}{\partial c_1^1}\right]\\
&\quad-\theta_2^1\delta\left[u'(c_1^2-\gamma c_1^1)\frac{\partial c_1^2}{\partial c_1^1}-v'\left(\frac{y_1^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_2^2}\frac{\partial y_1^2}{\partial c_1^1}\right] \qquad (3-43)
\end{aligned}$$

となる。

（１－11）式を用いて、（３－43）式から次の式が導出される。すなわち

$$\begin{aligned}
MTR_1^1&=\frac{\partial T^1}{\partial y_1^1}=1-\frac{v'(\ell_1^1)-\gamma\delta v'(\ell_1^2-\gamma\ell_1^1)}{[u'(c_1^1)-\gamma\delta u'(c_1^2-\gamma c_1^1)]w_1^1}\\
&=\frac{\gamma\delta v'(\ell_1^2-\gamma\ell_1^1)}{[u'(c_1^1)-\gamma\delta u'(c_1^2-\gamma c_1^1)]w_1^1}\\
&\quad+\frac{\theta_2^1}{(1-\phi-\theta_2^1)[u'(c_1^1)-\gamma\delta u'(c_1^2-\gamma c_1^1)]}\times
\end{aligned}$$

$$\left[v'\left(\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1}-v'\left(\frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^1}+\gamma\delta v'\left(\frac{y_1^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1}\right]$$

$$+\frac{\theta_2^1\delta u'(c_2^2-\gamma c_1^2)}{(1-\phi-\theta_2^1)[u'(c_1^1)-\gamma\delta u'(c_1^2-\gamma c_1^1)]}\left[\frac{\partial c_2^2}{\partial c_1^1}-\frac{\partial y_2^2}{\partial c_1^1}\right]$$

$$-\frac{\theta_2^1\delta}{(1-\phi-\theta_2^1)[u'(c_1^1)-\gamma\delta u'(c_1^2-\gamma c_1^1)]}\times$$

$$\left[u'(c_1^2-\gamma c_1^1)\frac{\partial c_1^2}{\partial c_1^1}-v'\left(\frac{y_1^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_2^2}\frac{\partial y_1^2}{\partial c_1^1}\right] \qquad (3-44)$$

である。

（3 −44）式の右辺の符号の正、負を確認する。第 1 項は、定義により正である。第 2 項については、仮定により$w_2^1>w_1^1$であるので、$1/w_2^1<1/w_1^1$、かつ、効用関数 v は強凸で、$v'>0$, かつ $v''>0$ であるので、

$$v'\left(\frac{y_1^1}{w_2^1}\right)\frac{1}{w_2^1}<v'\left(\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_1^1}$$

となる。したがって、第 2 項は正である。

第 3 項と第 4 項の符号の正、負を決定するために、$\partial c_2^2/\partial c_1^1$, $\partial y_2^2/\partial c_1^1$, $\partial c_1^2/\partial c_1^1$, $\partial y_1^2/\partial c_1^1$の符号の正、負を確認する。

（3 − 4）、（3 − 5）、（3 − 6）、（3 − 7）、（3 − 8）の各式をc_1^1で微分して整理すると、

$$u''\left(\frac{\partial c_1^2}{\partial c_1^1}-\gamma\right)-\frac{\partial\lambda^2}{\partial c_2^1}=0$$

$$v''\left(\frac{1}{w_1^2}\right)^2\left(\frac{\partial y_1^2}{\partial c_1^1}-\gamma\frac{w_1^2}{w_1^1}\frac{\partial y_1^1}{\partial c_1^1}\right)-\frac{\partial\lambda^2}{\partial c_1^1}=0$$

$$u''\left(\frac{\partial c_2^2}{\partial c_1^1}-\gamma\frac{\partial c_2^1}{\partial c_1^1}\right)-\frac{\partial\lambda^2}{\partial c_1^1}=0$$

$$v''\left(\frac{1}{w_2^2}\right)^2\left(\frac{\partial y_2^2}{\partial c_1^1}-\gamma\frac{w_2^2}{w_2^1}\frac{\partial y_2^1}{\partial c_1^1}\right)-\frac{\partial\lambda^2}{\partial c_1^1}=0$$

$$(1-\phi)\left[\frac{\partial y_1^2}{\partial c_1^1}-\frac{\partial c_1^2}{\partial c_1^1}\right]+\phi\left[\frac{\partial y_1^2}{\partial c_1^1}-\frac{\partial c_1^2}{\partial c_1^1}\right]=0$$

となる。

行列の形に整理すると、

$$\begin{bmatrix} v''\left(\frac{1}{w_1^2}\right)^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u'' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v''\left(\frac{1}{w_2^2}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1^2}{\partial c_1^1}-\gamma\frac{w_1^2}{w_1^1}\frac{\partial y_2^2}{\partial c_1^1} \\ \frac{\partial c_1^2}{\partial c_1^1}-\gamma \\ \frac{\partial y_1^2}{\partial c_1^1}-\gamma\frac{w_1^2}{w_1^1}\frac{\partial y_2^2}{\partial c_1^1} \\ \frac{\partial y_2^2}{\partial c_1^1}-\gamma\frac{\partial c_2^1}{\partial c_1^1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda^2}{\partial c_1^1} \\ \frac{\partial \lambda^2}{\partial c_1^1} \\ \frac{\partial \lambda^2}{\partial c_1^1} \\ \frac{\partial \lambda^2}{\partial c_1^1} \end{bmatrix} \tag{3－45}$$

$$(1-\phi)\left[\frac{\partial y_1^2}{\partial c_1^1}-\frac{\partial c_1^2}{\partial c_1^1}\right]+\phi\left[\frac{\partial y_2^2}{\partial c_1^1}-\frac{\partial c_2^2}{\partial c_1^1}\right]=0 \tag{3－46}$$

となる。

したがって、

$$\frac{\partial y_1^2}{\partial c_1^1}-\gamma\frac{w_1^2}{w_1^1}\frac{\partial y_1^1}{\partial c_1^1}=\frac{\begin{vmatrix} \frac{\partial \lambda^2}{\partial c_1^1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial \lambda^2}{\partial c_1^1} & u'' & 0 & 0 \\ \frac{\partial \lambda^2}{\partial c_1^1} & 0 & v''\left(\frac{1}{w_2^2}\right)^2 & 0 \\ \frac{\partial \lambda^2}{\partial c_1^1} & 0 & 0 & u'' \end{vmatrix}}{|H|}$$

$$=\frac{\frac{\partial \lambda^2}{\partial c_1^1}\,u''\,v''\left(\frac{1}{w_2^2}\right)^2 u''}{|H|} \tag{3－47}$$

$$\frac{\partial c_1^2}{\partial c_1^1}-\gamma=\frac{\begin{vmatrix} v''\left(\frac{1}{w_1^2}\right)^2 & \frac{\partial \lambda^2}{\partial c_1^1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \lambda^2}{\partial c_1^1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \lambda^2}{\partial c_1^1} & v''\left(\frac{1}{w_2^2}\right)^2 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \lambda^2}{\partial c_1^1} & 0 & u'' \end{vmatrix}}{|H|}$$

$$=\frac{v''\left(\frac{1}{w_1^2}\right)^2\frac{\partial\lambda^2}{\partial c_1^1}v''\left(\frac{1}{w_2^2}\right)^2u''}{|H|} \qquad (3-48)$$

$$\frac{\partial y_2^2}{\partial c_1^1}-\gamma\frac{w_2^2}{w_2^1}\frac{\partial y_2^1}{\partial c_1^1}=\frac{\begin{vmatrix} v''\left(\frac{1}{w_1^2}\right)^2 & 0 & \frac{\partial\lambda^2}{\partial c_1^1} & 0 \\ 0 & u'' & \frac{\partial\lambda^2}{\partial c_1^1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial\lambda^2}{\partial c_1^1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial\lambda^2}{\partial c_1^1} & u'' \end{vmatrix}}{|H|}$$

$$=\frac{v''\left(\frac{1}{w_1^2}\right)^2u''\frac{\partial\lambda^2}{\partial c_1^1}u''}{|H|} \qquad (3-49)$$

$$\frac{\partial c_2^2}{\partial c_1^1}-\gamma\frac{\partial c_2^1}{\partial c_1^1}=\frac{\begin{vmatrix} v''\left(\frac{1}{w_1^2}\right)^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u'' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v''\left(\frac{1}{w_2^2}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial\lambda^2}{\partial c_1^1} \end{vmatrix}}{|H|}$$

$$=\frac{v''\left(\frac{1}{w_1^2}\right)^2u''v''\left(\frac{1}{w_2^2}\right)^2\frac{\partial\lambda^2}{\partial c_1^1}}{|H|} \qquad (3-50)$$

（3 −47)、（3 −48)、（3 −49)、（3 −50）の各式から、$\partial\lambda^2/\partial c_1^1>0$ のとき、

$$\begin{cases} \dfrac{\partial y_1^2}{\partial c_1^1} - \gamma \dfrac{w_1^2}{w_1^1} \dfrac{\partial y_1^1}{\partial c_1^1} > 0 \\ \dfrac{\partial c_1^2}{\partial c_1^1} - \gamma > 0 \\ \dfrac{\partial y_2^2}{\partial c_1^1} - \gamma \dfrac{w_2^2}{w_2^1} \dfrac{\partial y_2^1}{\partial c_1^1} > 0 \\ \dfrac{\partial y_2^2}{\partial c_1^1} - \gamma \dfrac{\partial c_2^1}{\partial c_1^1} < 0 \end{cases} \qquad (3-51)$$

が得られる。

消費者1の1期における最適税率MTR_1^1をみるために、（3－44）式の第3項の符号の正、負を検討する。第3項の中の［$\partial c_2^2 / \partial c_1^1 - \partial y_2^2 / \partial c_1^1$］の符号についてみてみると、

$$\left\{\frac{\partial y_2^2}{\partial c_1^1} - \gamma \frac{w_2^2}{w_2^1} \frac{\partial y_2^1}{\partial c_1^1}\right\} - \left\{\frac{\partial c_2^2}{\partial c_1^1} - \gamma \frac{\partial c_2^1}{\partial c_1^1}\right\} = \left\{\frac{\partial y_2^2}{\partial c_1^1} - \frac{\partial c_2^2}{\partial c_1^1}\right\} - \gamma \left\{\frac{w_2^2}{w_2^1} \frac{\partial y_2^1}{\partial c_1^1} - \frac{\partial c_2^1}{\partial c_1^1}\right\} > 0$$

であるので、

$$\left\{\frac{\partial y_2^2}{\partial c_1^1} - \frac{\partial c_2^2}{\partial c_1^1}\right\} > \gamma \left\{\frac{w_2^2}{w_2^1} \frac{\partial y_2^1}{\partial c_1^1} - \frac{\partial c_2^1}{\partial c_1^1}\right\} \qquad (3-52)$$

となる。

（3－52）式の右辺の $\left\{\dfrac{w_2^2}{w_2^1} \dfrac{\partial y_2^1}{\partial c_1^1} - \dfrac{\partial c_2^1}{\partial c_1^1}\right\}$ の符号をみてみると、（3－51）式から、

$$\left\{\frac{w_2^2}{w_2^1} \frac{\partial y_1^2}{\partial c_1^1} - \gamma \frac{w_2^2}{w_2^1} \frac{w_1^2}{w_1^1} \frac{\partial y_1^1}{\partial c_1^1}\right\} - \left\{\frac{\partial c_2^1}{\partial c_1^1} - \gamma\right\} \gtrless 0$$

である。

整理すると、

$$\left\{\frac{w_2^2}{w_2^1} \frac{\partial y_1^2}{\partial c_1^1} - \frac{\partial c_2^1}{\partial c_1^1}\right\} \gtrless \gamma \left\{\frac{w_2^2}{w_2^1} \frac{w_1^2}{w_1^1} \frac{\partial y_1^1}{\partial c_1^1} - 1\right\} \qquad (3-53)$$

となる[注7)]。

（3－50）式の大小関係は確定しないので、（3－52）式の左辺の符号も確定しない。

第４項の、

$$\left[u'\left(c_1^2-\gamma c_1^1\right)\frac{\partial c_1^2}{\partial c_1^1}-v'\left(\frac{y_1^2}{w_2^2}-\gamma\frac{y_1^1}{w_1^1}\right)\frac{1}{w_2^2}\frac{\partial y_1^2}{\partial c_1^1}\right]$$

について、$u'>0$, $v'>0$、（３－49）式より、

$$\frac{\partial c_1^2}{\partial c_1^1}<\gamma,\ \frac{\partial y_1^2}{\partial c_1^1}<\gamma\frac{w_1^2}{w_1^1}\frac{\partial y_1^1}{\partial c_1^1}$$

である。γが小（$0\leqq\gamma\leqq1$）であることと、$\partial y_1^1/\partial c_1^1>0$ と仮定することによって、$\partial c_1^2/\partial c_1^1<0$, $\partial y_1^2/\partial c_1^1>0$ としてよい。

したがって、第４項は正の符号となる。

命題３　１期の政府が２期の租税政策に加担できない場合、もし（３－53）式の左辺が右辺より大であれば、１期における消費者１の限界所得税率MTR_1^1は正である。

前述したように、（３－53）式の左辺が右辺より大である、すなわち、１期の消費者１の消費の増分に対する２期の消費者１の所得の増分と、同増分に対する１期の消費者２の消費の増分の賃金率を重みとする加重平均が１期の消費者１の増分に対する所得の増分と１期における消費者２の賃金率との２期の効用水準における消費と労働の重要度γと賃金率とを重みとする加重平均より大きければ、１期における消費者１の限界所得税率MTR_1^1は正である。

命題４　１期の政府が２期の租税政策に加担できない場合、（３－42）式を仮定すれば、１期における消費者２の限界所得税率MTR_2^1は負である。

前述のように、（３－42）式の経済的意味は、１期における消費者２の消費の限界効用と労働の限界効用の比が所得の増分に対する消費の増分を上回ることである。

結び

本稿では、Guo. J -T., and A.Krause〔３〕の消費の「習慣的」水準の仮定に、労働供給の「習慣的」水準の仮定を追加して、最適な限界所得税率を求めた。第１に、１期の政府が２期の租税政策に加担できる場合、消費と労働の限界効用に関する仮定を置くことによって、消費者の限界税率に関して、Guo. Ｊ－T., and A.Krause〔３〕と同様の結果が得られることを示した。第２に、１期の政府が２期の租税政策に加担できない場合、所得の増分に対する消費の増分の関係に関して、一定の仮定を置くことによって、消費者の限界税率に関して、Guo. J -T., and A.Krause〔３〕と同様の結果が得られた。

[注]

※　本研究はＪＳＰＳ科研費24530336の助成を受けたものである。

注１）　Alonso－Carrera, J., J.Caballe, and X.Raurich〔１〕の議論を参照せよ。

注２）　すなわち、第２期の効用水準を第１期の効用水準に還元するために、割引要素を用いる。

注３）　消費者２は高技能労働者であるが、高技能労働者の１期と２期を通じた効用水準が低技能労働者の効用水準に及ばなければ、消費者２は低技能労働者を装うであろう。

注４）　１期と２期における消費の限界効用の賃金率 w_1^1 と割引率 δ、２期の消費の１期における重要度 γ を重みとする加重平均が、１期と２期における消費者１の労働の限界効用の割引率 δ、２期の消費の１期における重要度 γ は重みとする加重平均よりも大きいことを意味する。

注５）　１期の労働供給の習慣的水準を考慮した２期における消費者１の労働の限界効用が、１期の労働供給の習慣的水準を考慮した２期における消費者１の（消費者２の賃金率 w_2^2 を想定したときの）労働の限界効用を、２期における消費者１の賃金率 w_1^2 で評価したものよりも大きいことを意味する。

注６）（３－42）式の左辺は消費の限界効用と労働の限界効用の比であり、右辺は２期における消費者１の所得の増分に対する消費の増分である。

注７）（３－53）式の左辺の経済的意味は、１期の消費者１の消費の増分に対する２期の消費者１の所得の増分と、同増分に対する１期の消費者２の消費の増分との賃

金率を重みとする加重平均であり、右辺の経済的意味は、１期の消費者１の消費の増分に対する所得の増分と１期における消費者２の賃金率との、２期の効用水準における消費と労働の重要度と賃金率を重みとする加重平均である。

参考文献

[1] Alonso-Carrera, J.,J.Caballe, and X.Raurich, “Consumption Externalities, Habit Formation and Eguilibrium Efficiency,” *Scandinavian Journal of Economics*, vol.106, 2004.

[2] Aronsson, T., and O.Johansson-Stenman. “When the Joneses’ Consumption Hurts: Optimal Public Good Provision and Nonlinear Income Taxation,” *Journal of Public Economics*, vol.92, 2008.

[3] Guo, J-T., and A.Krause, “Optimal Non-linear Income Taxation with Habit Formation,” *Journal of Public Economic Theory*, vol. 13, 2011.

[4] Ireland, N., “Optimal Income Tax in the Presence of Status Eflects,” *Journal of Public Economics*, vol.81, 2001.

[5] Kocherlakota, N., “Zero Expected Wealth Taxes: A Mirrlees Approach to Dynamic Optimal Taxation,” *Econometrica*, vol.73, 2005.

[6] Oswald, A., “Altruism, Jealousy and the Theory of Optimal Non-Linear Taxation,” *Journal of Public Economics*, vol.20, 1983.

[7] Stiglitz, J., “Self-Selection and Pareto Efficient Taxation,” *Journal of Public Economics*, vol.17, 1982.

[8] Werning, I., “Optimal Fiscal Policy with Redistribution,” *Quarterly Journal of Economics*, vol.122, 2007.